

# 高周波回路の負荷整合

藤澤高志

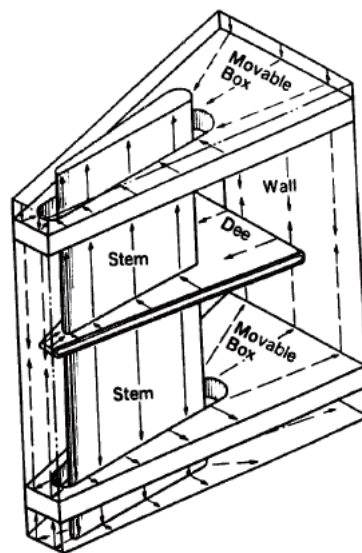


Illustration of a movable-box-type resonator. The arrows show the electric current flow.

# 目次

第 1 章	はじめに	4
第 2 章	負荷整合の重要性	5
2.1	電源の集中定数回路表示	5
2.2	電源の固有電力 (Available Power)	6
第 3 章	集中定数回路を使った負荷整合	8
3.1	相互インダクタンス結合	8
3.1.1	回路図	8
3.1.2	理研 160cm サイクロトロン	9
3.2	インダクタンス分割型整合回路	11
3.2.1	回路図	11
3.2.2	理研原子線型陽子重陽子偏極イオン源解離器	12
3.3	直列インダクタンス結合	13
3.3.1	東大原子核研究所垂直入射系ビームバンチャー	14
3.4	直列容量結合	14
3.4.1	理研リングサイクロトロン加速空洞	15
3.5	All Pass Network	16
3.5.1	回路図	16
3.5.2	理研リングサイクロトロン中間段増幅器入力	18
第 4 章	分布定数回路を使った負荷整合	20
4.1	1/4 波長同軸共振器 + 並列容量結合	20
4.1.1	原理回路図	20
4.1.2	放医研 100 MHz、70 kW 高周波増幅器	20
4.1.3	理研リングサイクロトロン終段増幅器入力回路	21
4.2	1/4 波長同軸共振器 + 直列容量結合	23
4.2.1	理研リングサイクロトロン終段増幅器出力回路	24
4.3	二重同軸共振器	25
4.4	伝送線路トランス	27
4.5	導波管と空洞共振器の小穴結合 (10.5 GHz 高温超伝導体空洞試験)	28
第 5 章	おわりに	30

	3
付録 A 伝送線回路 (分布定数回路) と反射係数	34
A.1 伝送線回路	34
A.2 反射係数 $\Gamma$	35
付録 B スミスチャート	38
付録 C 共振回路	40
C.1 直列共振回路	40
C.2 直列共振回路のスミスチャート上の軌跡	42
C.3 並列共振回路	43
C.4 並列共振回路のスミスチャート上の軌跡	43
C.5 直列共振回路と並列共振回路の関係	45
付録 D インダクタンス分割型負荷整合回路 2 端子網計算	46
付録 E All Pass Network の解析	49
E.1 $\pi$ 型回路の T 型回路への変換	49
E.2 F マトリックスによる解析	50
付録 F 理研リングサイクロトロンの高周波系回路図	52
付録 G オーバーカップリングとアンダーカップリング	53
付録 H 負荷整合が取れている時の共振カーブと $Q$ 値	55
H.1 集中定数回路の定電流源 + 内部抵抗による説明	55
H.2 負荷整合回路が挿入された場合	57

## 第1章 はじめに

高周波回路に限らず動力源と負荷の整合をとる事によりエネルギーを効率良く負荷に与えることができる事は良く知られている。例えば自動車や自転車のギアチェンジなどである。ここでは加速器周辺で私が経験した簡単な高周波源と負荷の整合方法について紹介する。従ってその内容は一般的な負荷整合の理論ではなく、個々の回路に適用し巧く行った例の、初心者向けの紹介である。特に、高い $Q$ 値を持つ加速空洞と電源の間の負荷整合、及び真空管増幅器の出力回路や入力回路の負荷整合について述べる。これら加速器周辺の高周波回路の負荷は数 $\Omega$ ～数 $M\Omega$ と幅広く存在し、またその消費電力は大きいものではCWで数MWに達する。また使用周波数も数MHz～数十GHzに渡っている。従って電源とその回路の負荷整合もそれに適した物を選択する必要がある。なお初心者向けとは言え、ここでは伝送線回路も取り扱うので、Fマトリックス (Fundamental matrix) および伝送線回路の線条方程式についての知識を持っていることが望ましい [1, 2]。

## 第2章 負荷整合の重要性

### 2.1 電源の集中定数回路表示

通常の電源はその内部に内部抵抗 ( $\rho$ ) を持っており負荷を接続した場合その出力電圧は変動する<sup>1</sup>。この現象を表すため通常電源 (波線のブロック) を図 2.1a) または b) の様に表示

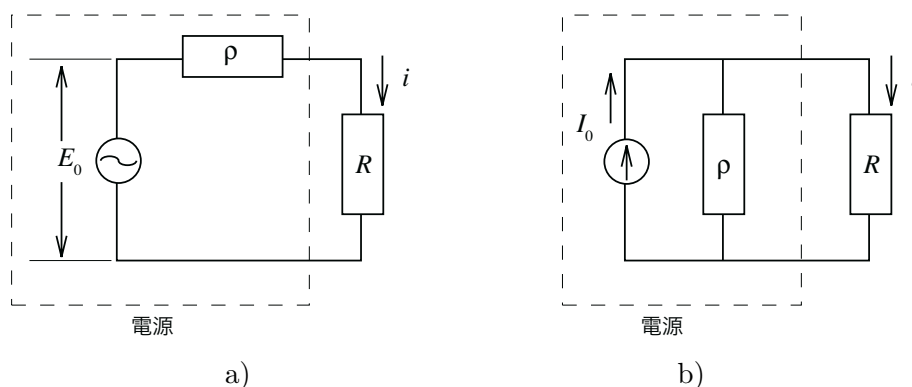


図 2.1: 電源と負荷の集中定数回路表示。破線ボックス内が電源をしめす。

する [1]。これら a) 図、b) 図はそれぞれ、定電圧源表示、及び定電流源表示と云われ、一見全く異なる電源を表している様に見える<sup>2</sup>。しかし

$$E_0 = I_0 \cdot \rho \quad (2.1)$$

の関係が成立していると電源外部 (負荷側) から見た場合、二つの電源は全く同じ特性を示す [1]。すなわち一つの電源の特性を示すのに a) 図または b) 図のどちらを用いても良いとすることである。このことはまた、これら集中定数回路によって表される回路が現実の回路ではない事も意味する。例えば a) 図の回路では、出力側を開放にすると電源内部では損失

<sup>1</sup>市販されている直流の定電圧源 (または定電流源) の多くは出力電圧 (電流) を検出し一定の電圧 (電流) を出力する帰還回路を持っている。ここではこれらの電源については取り扱わない。あえて言えば定電圧源は図 2.1 の内部抵抗  $\rho = 0$  の場合であり、定電流源は  $\rho = \infty$  の場合である。

<sup>2</sup>定電圧源とは内部抵抗 0、出力電圧一定の理想的電源であり、定電流源とは内部抵抗無限大、出力電流一定の理想的電源である。

が無いのに対し、b) 図では電源内部の損失は最大となる。一方出力端をショートすると図 a) の回路では内部損失が最大となり、図 b) の回路では内部損失は0となる<sup>3</sup>。

## 2.2 電源の固有電力 (Available Power)

ある電源が無限の電力を供給できないことは自明と思われる。それでは図 2.1 で表される電源の最大供給電力はいくらであろうか。ここでは定電圧源 (図 a) 表示の場合で検討するが、定電流表示でも同様の結果を得られる。オームの法則より以下の式が導かれる、

$$E_0 = i(\rho + R) \quad (2.2)$$

ここで、電圧の単位は V、抵抗は  $\Omega$ 、電流は A とする。また高周波の場合、 $V$ 、 $i$  は実効値

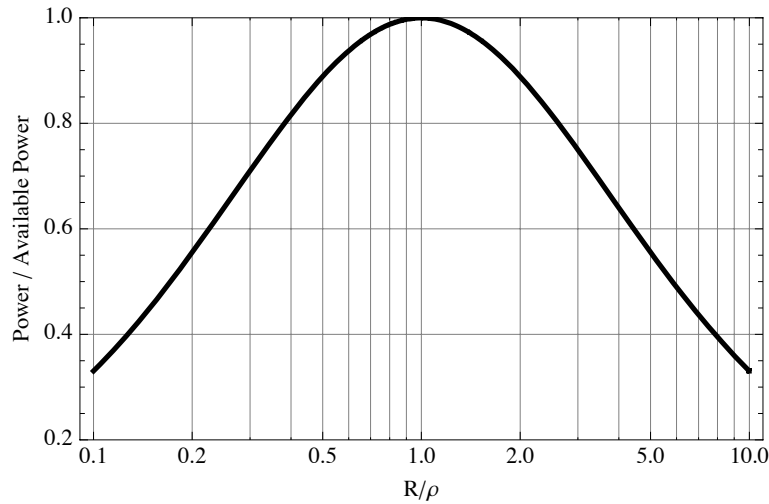


図 2.2: 電源の出力と負荷整合。  $R/\rho = 1$  の時整合が取れている。

である。従って負荷  $R$  に与えられる電力  $W_R$  は次式で与えられる。

$$W_R = i^2 \cdot R = R \cdot [E_0/(\rho + R)]^2$$

ここで  $W_R$  の単位は W である。上式を理解しやすくするため以下の様に変形する。

$$W_R = \frac{E_0^2/\rho}{\rho/R + R/\rho + 2} \quad (2.3)$$

<sup>3</sup>この記述から、それでは実際の電源内部はどうなっているかという疑問が湧いてくる。私も自信を持っては言えないが、例えば乾電池やバッテリー等は出力端子を開放にしておけばあまり消耗しない。これに対し出力端子をショートすると、すぐに消耗してしまう。これから考えると、電池やバッテリーは定電圧源+直列の内部抵抗と考えるのが妥当と思われる。これに対し図 b) に対応する電源はあまり身近に見あたらない。私の経験では真空管式増幅器がこれに近いと思われる。なぜなら真空管の出力電流は陽極 (出力端) の電圧にあまり依存せず、格子-陰極間電圧でほぼ決まるからである。

この式より  $R = \rho$  の時、最大電力  $E_0^2/4\rho$  が負荷に供給される事が判る。この電力をその電源の固有電力と言ひ、これ以上の電力を電源から供給する事は出来ない。またこれは出力端をショートした時の電源内の見かけ上の損失  $E_0^2/\rho$  の  $1/4$  である。参考のため、図 2.2 に  $\rho/R$  を横軸に、出力／固有電力の比を縦軸にした図をしめす。この図より、 $R$  が  $\rho$  の 2 倍または  $1/2$  になった場合でも固有電力の約 90 % 弱が負荷に供給される事が判る<sup>4</sup>。

---

<sup>4</sup>ここでは  $R$  も  $\rho$  も実数の場合である。しかし実際の回路では負荷は虚数成分も持っている。その場合は虚数成分が 0 になる様に回路を構成し直し、その後上記の考察を行う必要がある。すなわちこの計算は負荷に虚数成分がある場合には適用出来ない。

## 第3章 集中定数回路を使った負荷整合

### 3.1 相互インダクタンス結合

#### 3.1.1 回路図

図 3.1 に相互インダクタンス結合の回路図を示す。この図で右側の共振回路が加速電圧発生のための加速空胴の集中定数による表示であり、また左側が電源である。

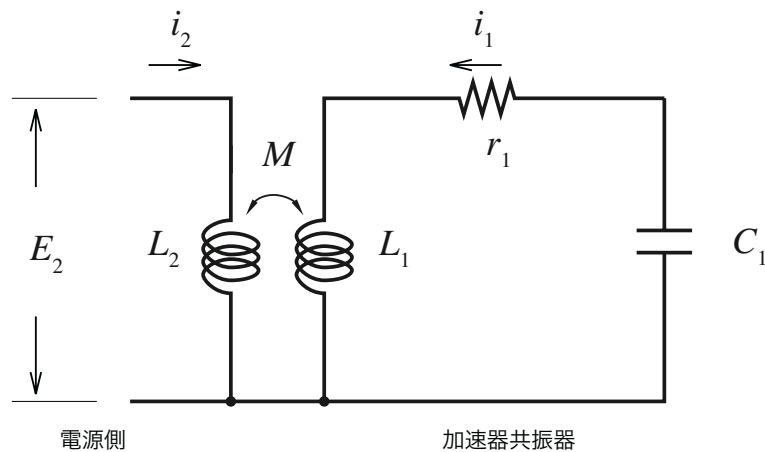


図 3.1: インダクタンス結合の回路図。

この回路において次式が成立する。

$$\begin{aligned}(r_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1)i_1 + j\omega M \cdot i_2 &= 0 \\ j\omega M \cdot i_1 + j\omega L_2 \cdot i_2 &= E_2\end{aligned}$$

上式に於いては、励振側の損失、及びフィードーの長さを無視した。

従って上式より入力インピーダンス  $Z_2$  は

$$\begin{aligned}Z_2 &= E_2/i_2 \\ &= j\omega L_2 + \omega^2 M^2 / (r_1 + j\omega L_1 + 1/j\omega C_1) \\ &= j\omega L_2 + (\omega^2 M^2 / r_1) / (1 + j\delta)\end{aligned}$$



ここで  $\delta = (\omega L_1 - 1/\omega C_1)/r_1$  とおいた。引き続き変形して、

$$Z_2 = j \{ \omega L_2 - \delta(\omega^2 M^2/r_1)/(1 + \delta^2) \} + (\omega^2 M^2/r_1)/(1 + \delta^2) \quad (3.1)$$

上記 (3.1) 式の右辺第 1 項が

$$\omega L_2 - \delta(\omega^2 M^2/r_1)/(1 + \delta^2) = 0$$

となれば  $Z_2$  は実数となり、その時のインピーダンスは

$$Z_2 = (\omega^2 M^2/r_1)/(1 + \delta^2)$$

で与えられることが判る。さて今日では (3.1) 式はパソコンで簡単に計算でき共振周波数もインピーダンスもただちに判る。ただ計算をせず相互インダクタンス結合の共振点におけるインピーダンスの特徴を理解するためには、入力側のインダクタンス  $\omega L_2$  が無視できる場合を考えて見ると良い。すなわち (3.1) 式の第一項に於いて  $\omega L_2 = 0$  とおいてみる。そうすると次式を得る。

$$\delta(\omega^2 M^2/r_1)/(1 + \delta^2) = 0$$

したがって共振条件は  $\delta = 0$  となり、この場合入力インピーダンスは

$$Z_2 = \omega^2 M^2/r_1 \quad (3.2)$$

となる。すなわち相互インダクタンス結合に於いては

入力インピーダンスは  $\omega^2 M^2$  に比例し、 $r_1$  に反比例する。

ただし実際には  $L_2$  は 0 となることはあり得ないので上記式は相互インダクタンス結合の特徴を理解するための近似式である。

### 3.1.2 理研 160cm サイクロトロン

理研 160cm サイクロトロンの設計が本格的に開始されたのは 1963 年で、当時はまだシンセサイザーも無く、サイクロトロンの高周波システムは自励発振方式であった [2]。図 3.2 にその概念図を示す。ここで  $M_p$  が共振器と入力をつなぐ相互インダクタンスであり、 $M_k$  がカソードに電力をフィードバックするための相互インダクタンスである。ここで容量  $C_v$  はフィードバック電圧の位相を調整する。図 3.3 に実際の共振器の写真を示す。Plate loop と表示されているのが図 3.2 の  $M_p$  であり、Cathode loop と表示されているのが図 3.2 の  $M_k$  である。このサイクロトロンは可変エネルギーであり且つ重イオンの加速を大きな目標としていたため、周波数可変範囲は 6~14 MHz と 2 倍以上が要求された [3]。これに対し発振管 (9T38) の出力インピーダンスは 500~800  $\Omega$  が適当であった。従って式 (3.2) から判るように周波数に対し  $M_p$  を大きく変える必要がある。そのため図 3.3 の Plate loop は上下に約 40 cm 移動する仕掛けになっている。これにより相互インダクタンスを 0.01 $\mu$ H から 0.066 $\mu$ H

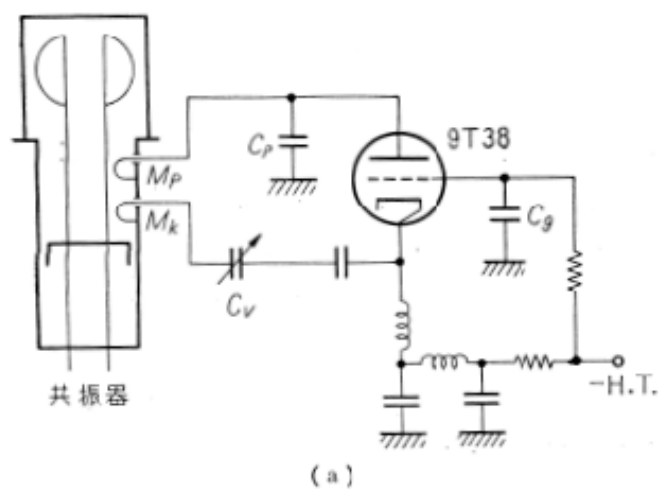


図 3.2: 理研 160cm サイクロトロンの高周波自励発振回路 [2, 3]。

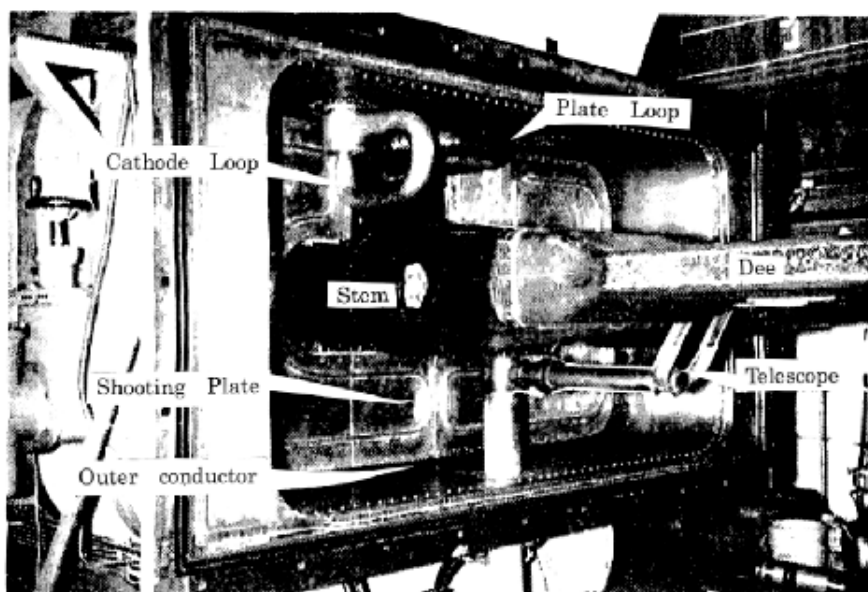


図 3.3: 理研 160cm サイクロトロン共振器を磁石側から見た写真。ここで Telescope とあるのは Multipactoring や寄生振動によって共振器内に放電が起こり、巧く発振が立ち上がらない場合、外部から放電の場所を見るために設置された望遠鏡である。また Plate loop が両ステムの中心に水平に設置されているのはステム上に平行の電圧が発生するのを防ぐためである。

まで可変にできる。また当然周波数により帰還回路に発生する電圧も変わるので  $M_k$  の大きさも周波数により変える必要がある。このため Cathode loop はステムに対し  $0\sim 90$  度回転しその相互インダクタンスが変えられる様になっている。

なお実際の共振回路は分布定数回路であり、厳密に容量とインダクタンスは分離出来ない。そこで結合インダクタンスのある位置から Dee 側が容量でありショートエンド側がインダクタンスと見なし集中定数回路で計算を行った。

以上述べてきた様な工夫の他、様々な工夫や改良がなされこのシステムは数十年に渡り安定に動作した。実機におけるインピーダンス整合の計算はかなり複雑なのでここでは述べなかつたが本質は式 (3.1) 及び (3.2) につぎる。

## 3.2 インダクタンス分割型整合回路

### 3.2.1 回路図

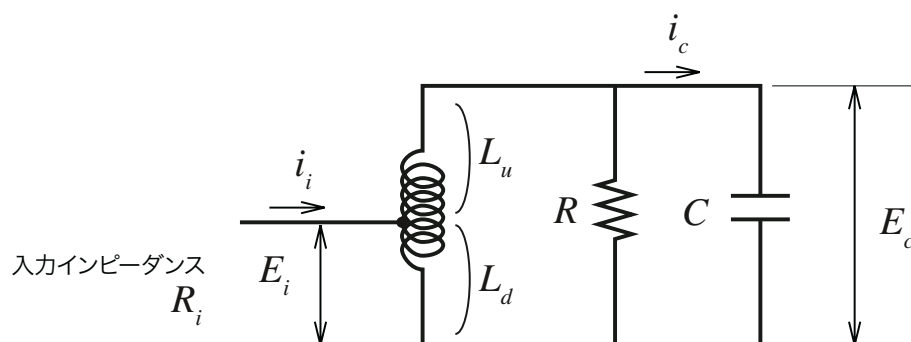


図 3.4: インダクタンス分割型インピーダンス整合回路。

図 3.4 にインダクタンス分割型インピーダンス整合回路の基本図を示す。この回路の計算をする前に、この回路の動作を直感的に理解するため以下の仮定を置き考察してみる。

仮定

1. 今共振周波数に於いて整合が取れており入力インピーダンス  $R_i$  は実数である。
2. 入力された電力の全ては共振回路中の抵抗  $R$  で消費される。

上記の仮定とエネルギー保存則により次式が成り立つ。

$$E_i^2/R_i = E_c^2/R \quad (3.3)$$

ここで共振周波数において 入力電流  $i_i \ll$  共振電流  $i_c$  すなわち  $Q \gg 1$  の場合次式が成り立つ。

$$E_i = E_c \cdot L_d / (L_u + L_d)$$

式(3.3)と上式により

$$R_i = R \cdot L_d^2 / (L_u + L_d)^2 \quad (3.4)$$

という簡単な式が導かれる。なお2端子回路網計算を使った計算は多少複雑だが同様の結果を与える事を付録Dに示す。

### 3.2.2 理研原子線型陽子重陽子偏極イオン源解離器

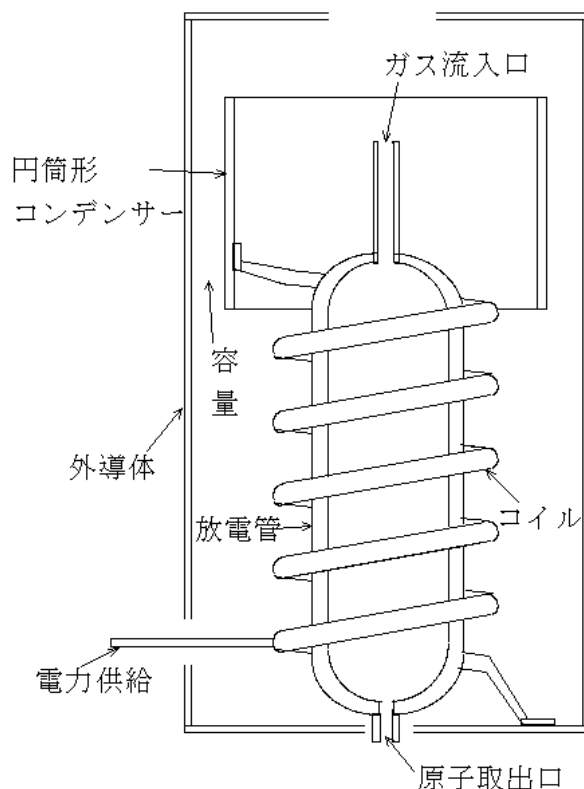
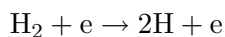


図 3.5: 理研原子線型偏極イオン源の分子解離器。

付録Dの図D.2に標記イオン源の断面図を示す。この図の最上部に水素ガスを解離する解離器があり



の反応で水素分子を原子状態にする。見れば判るように、この装置では発振器を解離器の近くに設置するのが困難である。そこで50Ωの同軸ラインで電力を供給した。一方解離器の励振回路の入力インピーダンスはガス圧(約10 Pa)にも依存するが放電時には数kΩと推定された。そこで、この共振回路にインダクタンス分割型整合回路を適用した。図3.5に解離

器の構造図を示す。なお、この方式は当時共同研究者の一人であった逸見政武氏のアイデアであったと記憶している。 $L_d/L_u = 1/10$ 程度で、周波数 25 MHz において、約 400 W の電力をほぼ無反射で供給した。その時の水素分子の解離度は、ガス圧の変化から約 80 % と推定された。なお 400 W の電力を供給すると放電管 (材質: パイレックスガラス) が破損するので、この管は二重管になっており水冷する構造になっている。

### 3.3 直列インダクタンス結合

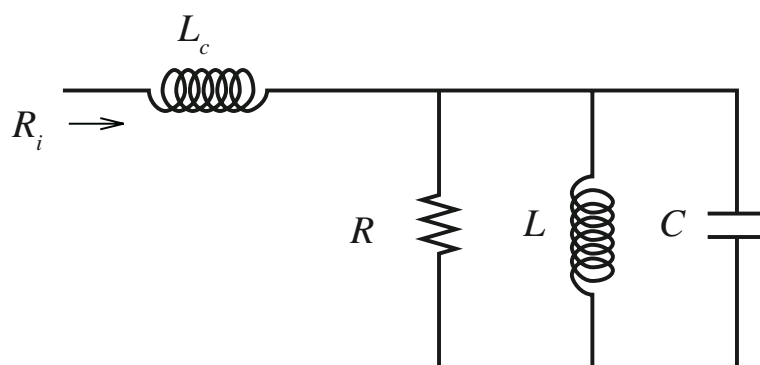


図 3.6: 直列インダクタンス結合の回路図。

図 3.6 に直列インダクタンス結合の回路図をしめす [4]。ここで  $L_c$  がインピーダンスを整合するインダクタンスで、 $L_c \gg L$  である。図より入力インピーダンス  $R_i$  は次式で与えられる。

$$R_i = j\omega L_c + 1/(j\omega C + 1/R + 1/j\omega L) \quad (3.5)$$

これを变形すると  $R_i$  の実数部は

$$\Re(R_i) = R/(1 + \delta^2)$$

で与えられる。ただし  $\delta = (\omega C - 1/\omega L) \cdot R$  である。またその虚数部は

$$\Im(R_i) = \omega L_c - \delta \cdot R/(1 + \delta^2)$$

で与えられる。従って  $\omega L_c = \delta \cdot R/(1 + \delta^2)$  の時  $R_i$  は実数となる。今  $\delta^2 \gg 1$  とするとこの共振条件は  $\omega L_c = R/\delta$  となり  $R_i$  の実数部は

$$\Re(R_i) = R/\delta^2 = (\omega L_c)^2/R \quad (3.6)$$

となる。

### 3.3.1 東大原子核研究所垂直入射系ビームバンチャー

標記バンチャーは、前記偏極イオン源の下流にあり (図 D.2 参照)、イオン源からの DC ビームをサイクロトロンで効率的に加速する事を目的としている [5]。バンチャーに要求される周波数範囲は 8~16 MHz、また最大必要バンチ電圧はピーク電圧で約 200 V であった。従って用意された高周波電源は 2 W のワイドバンドアンプであった。このバンチャーに図 3.6 の直列インダクタンス結合を採用し、その時周波数の変更はコンデンサーの容量を変えることで行った。この時のインピーダンス変換の条件は式 (3.6) で与えられるが、 $R_i$  には  $\omega^2$  の大きな周波数依存性がある様に見える。しかし抵抗  $R$  の発生する原因はインダクタンスの持つ直列抵抗  $r$  にある。この  $r$  は  $r \ll \omega L$  の条件を満たしている。従って付録 C の (C.11) によって  $R$  は次のように変換される。

$$R = (\omega L)^2 / r$$

この式を (3.6) 式に代入すると次式を得る。

$$\Re(R_i) = (L_c/L)^2 \cdot r \quad (3.7)$$

すなわち、インダクタンスの損失が一定なら、周波数が変わっても入力インピーダンスは一定であると言う重要な結果が得られた。ただし銅線の高周波抵抗は通常  $\omega^{1/2}$  に比例するので現実是一定にならない。しかし、上記周波数範囲に於いて必要電圧を発生するために、何ら整合回路を変更する必要は無かった。このバンチャーを設置したことにより加速後のターゲット上の電流が約 5 倍に増加した [4]。

## 3.4 直列容量結合

図 3.7 に容量直列結合によるインピーダンス整合回路を示す。この結合方法は図 3.6 のインダクタンスを容量に換えただけで、その原理は同じである。ただし要求される電力が大きい場合 (数百 kW) 前記の方法は結合インダクタンスの損失が大きくなり実用は困難となる。そのような場合容量結合方式が適している。当時この方式はすでに、東京大学原子核研究所 (佐藤健次)、また理研可変周波数リニアックの加速空洞 (千葉好明) への電力供給で採用されており有効性は実証されていた [5]。

図 3.7 より次式が得られる。

$$R_i = 1/j\omega C_c + 1/(j\omega C + 1/R + 1/j\omega L) \quad (3.8)$$

これを变形すると  $R_i$  の実数部は

$$\Re(R_i) = R/(1 + \delta^2)$$

で与えられる。ただし  $\delta = (\omega C - 1/\omega L) \cdot R$  である。またその虚数部は

$$\Im(R_i) = -1/\omega C_c - \delta \cdot R/(1 + \delta^2)$$

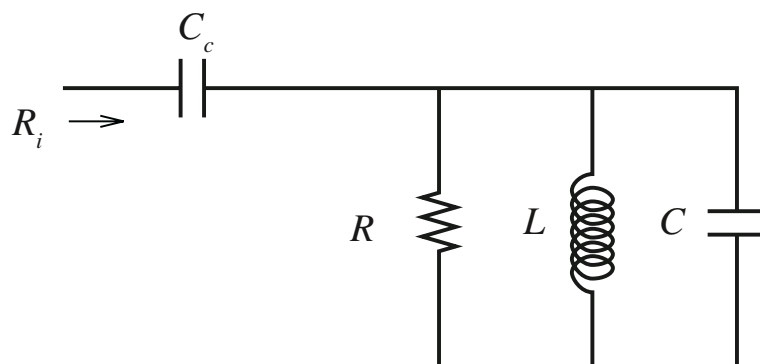


図 3.7: 直列容量結合によるインピーダンス整合回路。

で与えられる。従って  $1/\omega C_c = -\delta \cdot R/(1 + \delta^2)$  の時  $R_i$  は実数となる。今  $\delta^2 \gg 1$  とするとこの共振条件は  $1/\omega C_c = -R/\delta$  となり  $R_i$  の実数部は

$$\Re(R_i) = R/\delta^2 = 1/[(\omega C_c)^2 \cdot R] \quad (3.9)$$

ここで並列抵抗  $R$  を付録 C の式 (C.11) を使って直列抵抗  $r$  に変換すると

$$R = 1/r \cdot (\omega_0 C)^2$$

となり次式を得る。

$$\Re(R_i) = r \cdot (C/C_c)^2 \quad (3.10)$$

すなわち、入力インピーダンスは直列抵抗  $\times$  (共振器容量/結合容量)<sup>2</sup> に比例する。

### 3.4.1 理研リングサイクロトロン加速空洞

図 3.8 に 1980 年代の製作中の理研リングサイクロトロンの加速空洞を示す。この空洞の共振周波数範囲は 20~45 MHz であり、必要最大電圧は 400 kV であった [6]。

この共振器のシャントインピーダンス ( $R$ ) は周波数 20 MHz~45 MHz の間で、200 k $\Omega$ ~350 k $\Omega$  とそれほど大きく変化しないが、式 (3.9) または (3.10) から判る様に、周波数を変えると固定の結合容量では入力インピーダンスが大きく変化する。この問題を解決するため結合容量の部分のギャップを 2 cm~20 cm と大きく変える必要があった。その結果全周波数に対し入力インピーダンスを 50  $\Omega$  にする事ができ、最大 250 kW の電力を無反射で供給する事が出来た。

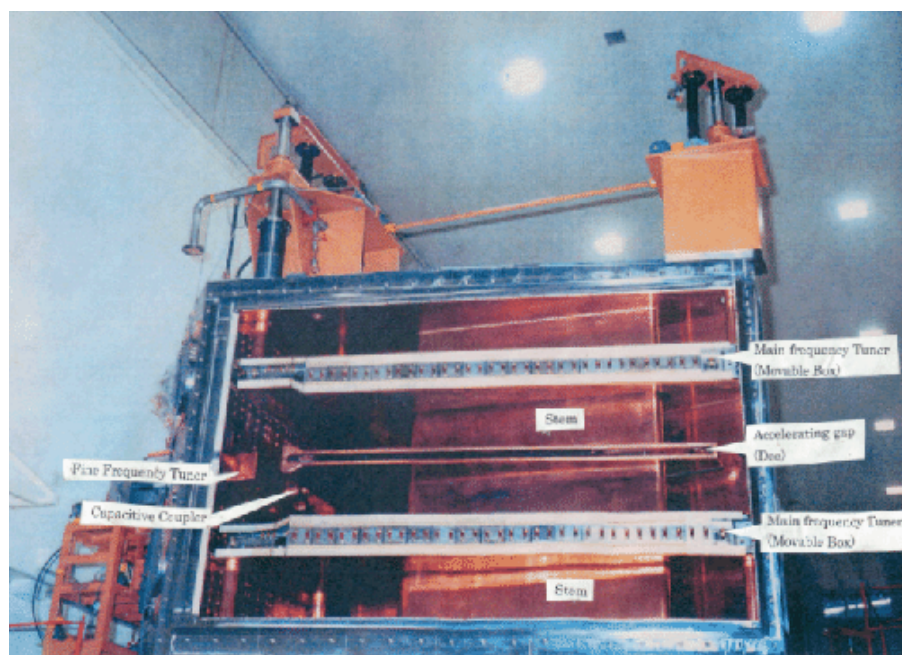


図 3.8: 建設中の理研リングサイクロロン加速空洞。空洞部幅 3.5 m、高さ 2.2 m。

## 3.5 All Pass Network

### 3.5.1 回路図

All Pass Network の回路図の一例を図 3.9 に示す。この回路は位相反転回路として電気回路の本に載っており、良く知られていたらしい。しかしこの回路を最初に加速器に適用したのを知ったのは Indiana のリングサイクロトロン Mosko の仕事である [7]。日本では東京大学原子核研究所の AVF サイクロトロンの高周波増幅器の入力回路に佐藤健次氏が適用した。この回路は今まで述べてきた整合回路とその目的が異なっている。すなわち第 2 章脚注 4 で述べた負荷側にある虚数成分をうち消すのが主たる目的である。ここで  $C_g$  とあるのは真空管の格子陰極間容量である。そして  $C$ 、 $L$  及び  $L_g$ 、 $R$  は整合をとるために選択された容量、インダクタンス、及び抵抗である。この回路の一般的取扱については付録 E で述べる。

上記回路に於いて入力インピーダンス  $R_i$  が常に  $R$  となる条件は付録 E の (E.1) 式で与えられる。この条件を上記の回路に当てはめると

$$Z_\delta = 1/j\omega C_g + j\omega L_g$$

$$Z_\beta = j\omega L$$

$$Z_\alpha = 1/j\omega C$$



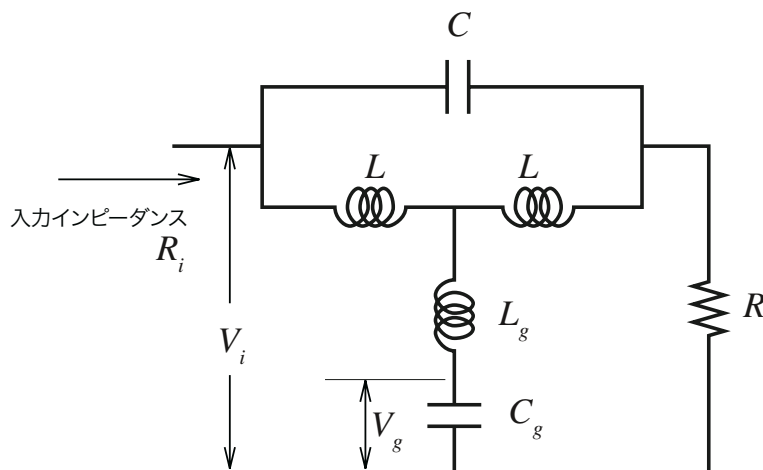


図 3.9: All Pass Network の一例。

従って図 E.2(b) の  $Z_d$  は

$$Z_d = 1/j\omega C_g + j\omega L_g + j(\omega L)^2/(2\omega L - 1/\omega C) \quad (3.11)$$

となる。

さて  $Z_\alpha$ 、 $Z_\beta$ 、 $Z_\delta$  を (E.1) 式に入れると

$$R^2 = (L/C)(\omega L + 2\omega L_g - 2/\omega C_g)/(2\omega L - 1/\omega C) \quad (3.12)$$

となる。式 (3.12) 右辺が周波数に関係なく常に一定であるためには、 $k$  を定数として

$$L = 2L_g/(2k - 1) \quad \text{及び} \quad C = k \cdot C_g/2 \quad (3.13)$$

の条件を満たす様  $L$  と  $C$  を選択する必要がある。さらに  $k$  を

$$k = R^2/(L/C) \quad (3.14)$$

のように選べば、式 (3.12) 左辺の値に一致する。

さてこの回路は陰極接地型真空管増幅器の格子に広い周波数に渡って電力を安定に供給するための回路であった。従って格子陰極間  $C_g$  に発生する電圧  $V_g$  と入力電圧  $V_i$  との比の周波数特性が重要な関心事となる。その比を  $G_v$  とすると付録 E の図 E.2(b) 及び (E.2) 式より次式を得る。

$$G_v = |V_g/V_i| = |(V_d/V_i) \cdot (V_g/V_d)| \quad (3.15)$$

$$= |(1 - Z_a/R)/(j\omega C_g \cdot Z_d)| \quad (3.16)$$

上式に現実の回路素子の記号を入れると

$$G_v = \left| \left[ \frac{\omega C_g}{2} \cdot \{R + 2/j\omega C_g + j\omega(L + 2L_g)\} \right]^{-1} \right| \quad (3.17)$$

ただし上記式の  $L$  及び  $C$  は (3.13) 式を満たしていなければならない。今真空管の格子陰極間の容量  $C_g$  が判っているとすると、上式を  $C_g$  で表しておくると便利である。そこで (3.14) 式に (3.13) 式を代入すると次式をえる。

$$L_g = (2k - 1)C_g \cdot R^2 / 4 \quad (3.18)$$

上式を (3.17) 式に代入すると次式を得る。

$$G_v = |2/[2 - (\omega C_g R)^2 \cdot k + j\omega C_g \cdot R]| \quad (3.19)$$

なお  $k$  を決定すれば  $L$ 、 $C$  の値も (3.13) 式より求まる。

### 3.5.2 理研リングサイクロトロン中間段増幅器入力

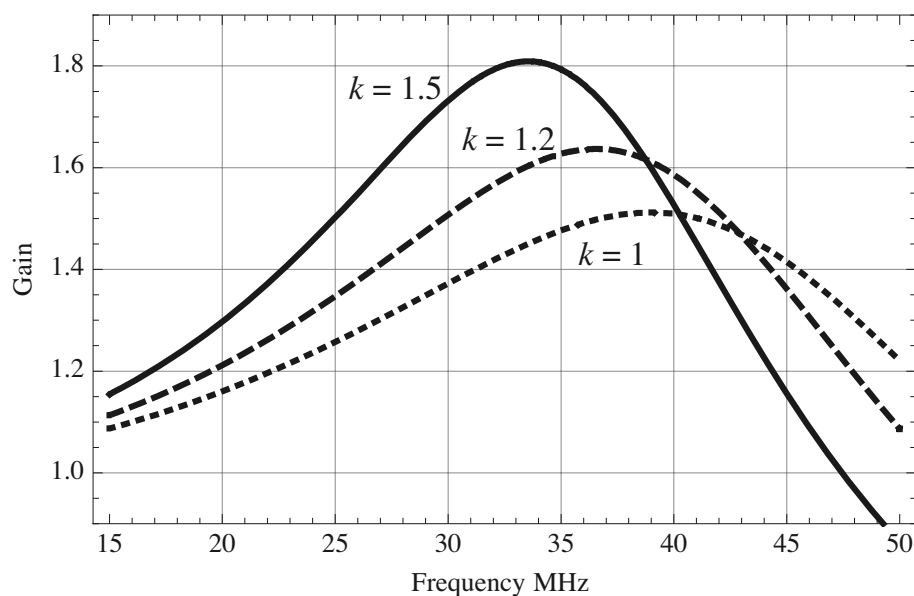


図 3.10: 理研リングサイクロトロンの All Pass Network 回路電圧ゲインの周波数依存性計算結果。  $R = 25\Omega$ 、点線:  $k = 1$ 、破線:  $k = 1.2$ 、実線:  $k = 1.5$ 。

理研リングサイクロトロンの中間段増幅器の真空管 (RS2012CJ) の格子陰極間の静電容量 ( $C_g$ ) は約 200 pF であった。この格子に周波数 20 MHz~45 MHz に渡って必要な電圧を発生させるため All Pass Network 回路を採用した。また  $C_g$  が 200 pF と大きいので、終端抵抗  $R = 25\Omega$  とした。図 3.10 に  $k$  が 1 と 1.2、及び 1.5 の時の  $G_v$  の計算結果をしめす。周波数依存性はあるものの、20~45 MHz に渡って入力電圧以上の電圧が格子に発生できる事が判る。設計では  $k = 1.2$  を採用しその時の各パラメータは以下の通りであったが、実際の回路では  $C_g$  の不確かさや、浮遊容量、配線のインダクタンスなどがあり、現実に調整した値

は括弧内の値であった。

$$C = 120 \text{ pF} \quad (130)$$

$$L = 62.5 \text{ nH} \quad (68)$$

$$L_g = 44 \text{ nH} \quad (34)$$

$$R = 25 \text{ } \Omega$$

この回路に 1 kW の電力を供給し RS2012CJ より周波数 20~45 MHz に渡って最大約 15 kW の出力を得た。

## 第4章 分布定数回路を使った負荷整合

### 4.1 1/4 波長同軸共振器 + 並列容量結合

#### 4.1.1 原理回路図

図 4.1 にこの方式の原理図をしめす。この回路は通常 1/4 波長共振器として知られており様々なところで使用されている。今回はインピーダンス整合回路として利用した場合である。すなわち負荷抵抗  $R$  を入力抵抗  $R_i$  に変換する方法である。この場合も先に述べた式 3.3 と同様の関係があり、 $R_i$  は次式で与えられる。すなわち

$$R_i = (V_i/V_R)^2 \cdot R \quad (4.1)$$

従って伝送線の線方程式を用いて  $V_i$  及び  $V_R$  を計算すれば直ちに  $R_i$  を計算できる。なおこの関係は  $R_i$  が負荷で  $R$  の位置が入力点の場合も成立する。すなわち高い負荷インピーダンスを低い入力インピーダンスに変換できる。また同軸線共振器のモードは 1/2 波長、3/4 波長と幾らでも応用可能である。

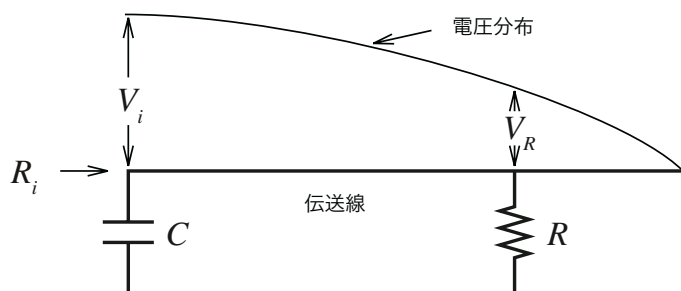


図 4.1: 一端接地された伝送線回路及び共振周波数における電圧分布。

#### 4.1.2 放医研 100 MHz、70 kW 高周波増幅器

図 4.2 に前記整合回路を真空管増幅器の出力整合回路に適用した典型的例を示す [8]。使用されているジューメンス社製の真空管 RS2058CJ の陽極格子間静電容量は 40 pF とそれほど大きくないが、この容量成分をうち消すため 1/4 波長同軸共振器が採用された。この真空管の適正出力インピーダンスは約 800 Ω でこれに対し出力は 50 Ω の同軸ラインを通して負

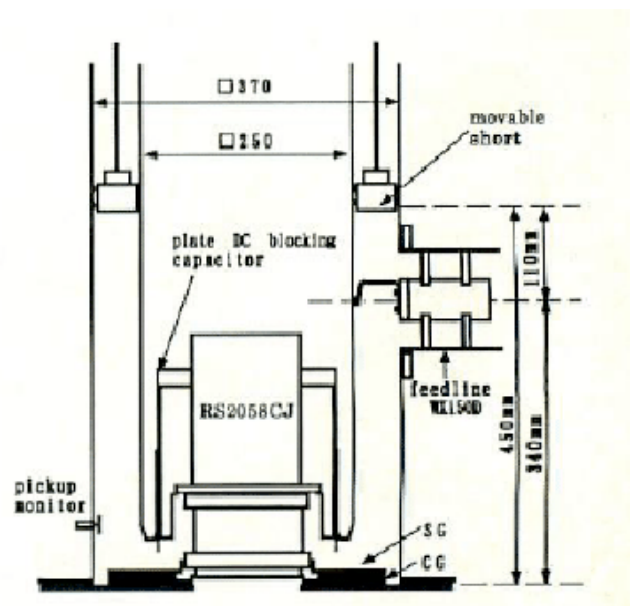


図 4.2: 放医研 100 MHz、70 kW 高周波増幅器。

荷へと供給される。従って式 (4.1) により  $V_R/V_i = 1/4$  であれば良い。ただし真空管の内部電極間容量や形状の誤差、また計算誤差を補正するため 1/4 波長同調回路のショート位置は可動接点になっている。その結果出力点の電圧にも誤差が発生するので、負荷と陽極同調回路の結合点も可変できる様になっている。この方式は簡単で理解し易いので、放医研で開発した IH 型 APF 線形加速器の終段増幅器の出力整合でも採用された。

#### 4.1.3 理研リングサイクロトロン終段増幅器入力回路

付録 F の図 F.1 に理研リングサイクロトロン高周波系の回路図を示す。この図から判る様に真空管の格子陰極間容量 ( $C_g$ ) が 294 pF と大きく、且つこの回路は格子接地型なので陰極・格子間の高周波入力抵抗 ( $R_g$ ) が小さく、かつ出力電力によって 7~15  $\Omega$  の範囲で変化する。さらに電力供給点から実際の格子の位置まで 38 cm と非常に長い。従って真空管ターミナルから、真空管内部を見たインピーダンスは周波数が 17 MHz~45 MHz と変化すると、容量性からインダクタンس性に変化する。これに対し外部入力インピーダンス整合を集中定数回路で作成するのは非常に難しい。これらの問題を解決するため、図 4.3 に示す様な回路を考案した。

図 4.3 の回路では、非常に小さいインダクタンس (特性インピーダンス: 13  $\Omega$ 、0.3 m $\rightarrow$  約 0.013  $\mu$ H) が並列に真空管に接続されているため、電力供給点からは常にインダクティブに見える。従ってこのインダクタンスをうち消す様 74  $\Omega$  の同軸ラインに並列に接続された可変容量  $C_v$  を調整すれば入力インピーダンスを実数部 ( $R_i$ ) のみにすることができる。通常は  $R_i$  は 50  $\Omega$  にする場合が多いが、今回は中間段増幅器が真空管式なので、その出力インピー

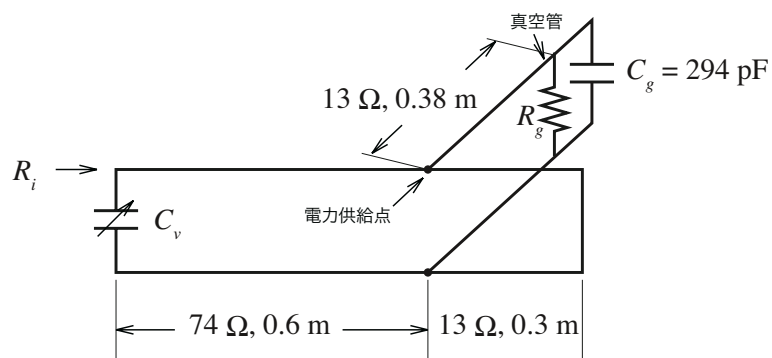
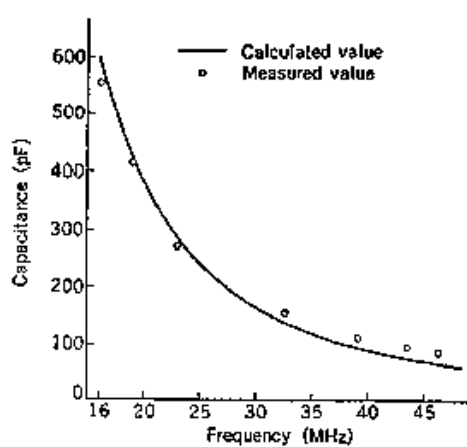
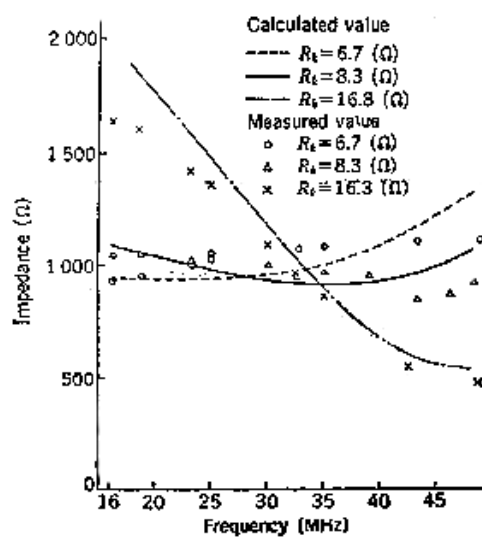


図 4.3: 理研リングサイクロトン最終段増幅器入力回路。



(a)



(b)

図 4.4: RS2042SK 入力回路モデルによるインピーダンス測定結果と計算結果。

ダンス (500 Ω~1500 Ω) と整合が取れる様回路を設計した。従って 50 Ω で整合した場合必要な中間段出力と 50 Ω 同軸ラインとの整合回路が不要であった。なお通常格子接地型増幅器は、陰極側を励振するため陰極側にチョークコイルが必要で在った (図 3.2 参照)。今回は図 F.1 に示される様に、陰極側はインピーダンス整合回路を通じて直流的に接地されているのでチョークコイルは必要ない。なおこの入力回路は、その後大阪大学核物理センターのリングサイクロトロンの高周波増幅器、及び理研可変周波数リニアックにも採用された。図 4.4 にこの入力回路の特性の計算結果及びモデルの測定結果を示す。周波数 17 MHz から 45 MHz に渡って、グリッド抵抗が 6.7 Ω~16.3 Ω まで変化しても入力インピーダンスが 500 Ω~1500 Ω の範囲に調整できる事が判る。なお実機に於いてはこの入力回路の単独の測定は行わなかったが、必要加速電圧を Dee に発生することができた [6]。

## 4.2 1/4 波長同軸共振器+直列容量結合

図 4.5 にこの回路の原理図を示す。この方式は理研可変エネルギーリニアックに於いて千葉好明氏によってすでに実用化されていた。この回路は一見前記の方式と同じ様に見えるが、負荷  $R$  に直列に挿入された可変容量  $C_s$  が重要な役割をする。すなわちこの回路は可変周波数の真空管増幅器の陽極同調回路より出力を取り出す回路であるため、出力周波数によって右端のショート位置が移動する。そのため、直接負荷  $R$  をスタブ (同軸管) に接続すると真空管より見たインピーダンスが周波数によって変化することになる (式 (4.1) 参照)。この変化を  $C_s$  を変える事によって真空管の適正な出力インピーダンスに合わせるのが可変容量  $C_s$  の役割である。

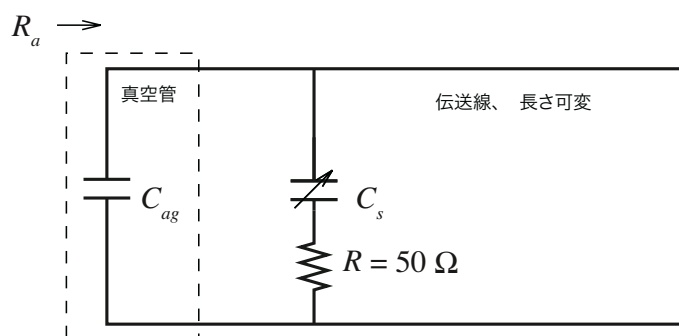


図 4.5:  $\lambda/4$  陽極同調及び負荷整合回路。

以下に簡単に  $C_s$  の役割を示す。容量  $C_s$  及び抵抗  $R$  の直列接続のアドミッタンス  $Y$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Y &= 1/(1/j\omega C_s + R) \\ &= (\omega C_s)^2 \cdot R/[1 + (\omega C_s \cdot R)^2] + j\omega C_s/[1 + (\omega C_s \cdot R)^2] \end{aligned}$$

すなわち、容量  $C_s$  及び抵抗  $R$  の直列接続は、容量  $=C_s/[1+(\omega C_s \cdot R)^2]$  と抵抗  $=R+1/(\omega C_s)^2 \cdot R$  の並列接続で表されることになる。従って全体の虚数部が 0 になるようにスタブの長さと同

量を調節すれば、負荷抵抗  $R$  は  $[R + 1/(\omega C_s)^2 \cdot R]$  に大きくなったことになる。以上は  $C_s$  の役割を説明したのであって、実際は全回路を伝送線の式を使って解析する必要がある。

#### 4.2.1 理研リングサイクロトロン終段増幅器出力回路

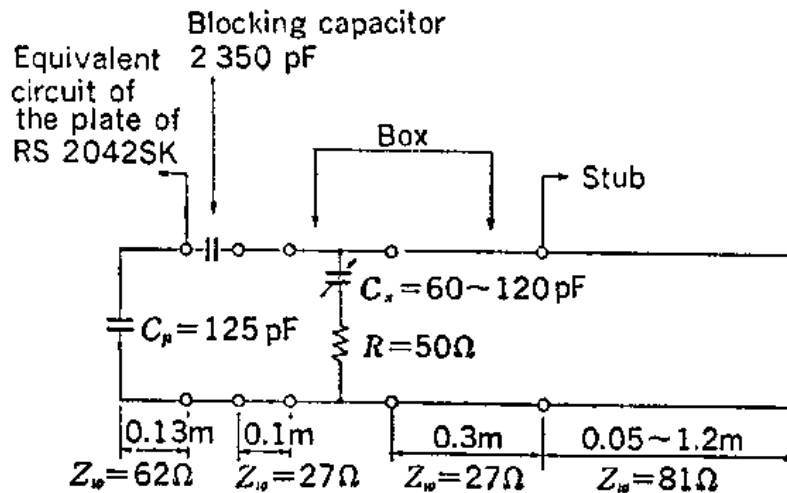


図 4.6: 理研リングサイクロトロンの終段増幅器の出力側同調及び負荷整合回路。  $R = 50\Omega$  とあるのが負荷側である。

図 4.6 に理研リングサイクロトロンの終段増幅器の出力回路の各部の回路定数を示す。これらの定数を使って真空管側から見た同調時負荷抵抗を容量  $C_s$  の関数として図 4.7 に示す。ここで白丸は実物大モデルによって測定された値であり、実線は計算値である。ただし周波数は 45.4 MHz である。真空管 RS2042SK から最大出力を得るための負荷抵抗は約  $200\Omega$  であるが、可変容量を  $60\text{ pF} \sim 120\text{ pF}$  変化させれば  $17 \sim 45\text{ MHz}$  に渡って負荷整合が取れる事がモデルによる実験で示された。



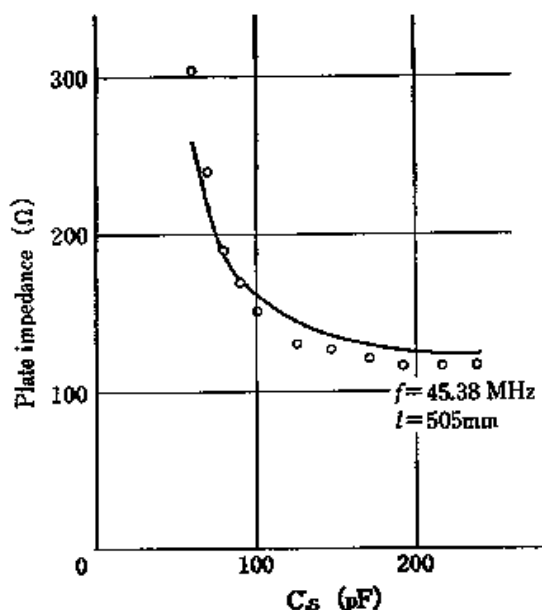


図 4.7: 可変容量  $C_s$  に対する陽極よりみた抵抗。

### 4.3 二重同軸共振器

これは名古屋大学の核融合研究所の要請で、出力 1.5 MW、周波数可変範囲 25 MHz～125 MHz という当時としてはとてつもない仕様の増幅器であった。予算の関係もあったと思うが、電気興業以外の日本の高周波メーカーは受注を辞退したと聞いている。この方式は非常に特殊な例で他に同様の例があるとの話は聞いたことがない。また計算もかなり複雑なのでここではその原理のみを説明する。なお実際の計算は、以前開発した集中定数回路の F マトリックス及び伝送線回路を計算するプログラムコード (IMP) を改良して行った [9]。図 4.8 にその構成の断面図を示す。内側にある真空管に接続したスタブはこれまで説明してきた通常の陽極同調回路である。これに対しその周りを取り囲む整合スタブは出力インピーダンスを調整するための同軸線である。それらの働きは独立では無く、図 4.9 に示す様に周波数によって同時に調節する必要がある。

図 4.8 の回路は外側スタブを上下に反転すると電気的には図 4.9 の様に描ける。この図から判る様にある周波数において、負荷  $R$  にかかる電圧  $V_R$  と真空管にかかる電圧  $V_p$  との比は二つの可動ショート板を調整すれば自由に変えられる事が判る。従って式 (4.1) により負荷  $R$  を真空管の適切な出力抵抗に整合する事ができる。しかしこのモードのみでは出力の周波数範囲は、25 MHz～50 MHz が限界であった。従って図 4.10 に示される様な (b) (45～75 MHz)、(c) (70～125 MHz) のモードを併用する事により全周波数 25～125 MHz の周波数をカバーする事ができた。以上は設計のみで、製作調整については、私は関与する事ができなかった。実際には各周波数に於いてトラブルが在り、色々改良を行ったと聞いている。しかし最終的には顧客の満足する性能が得られた様である。

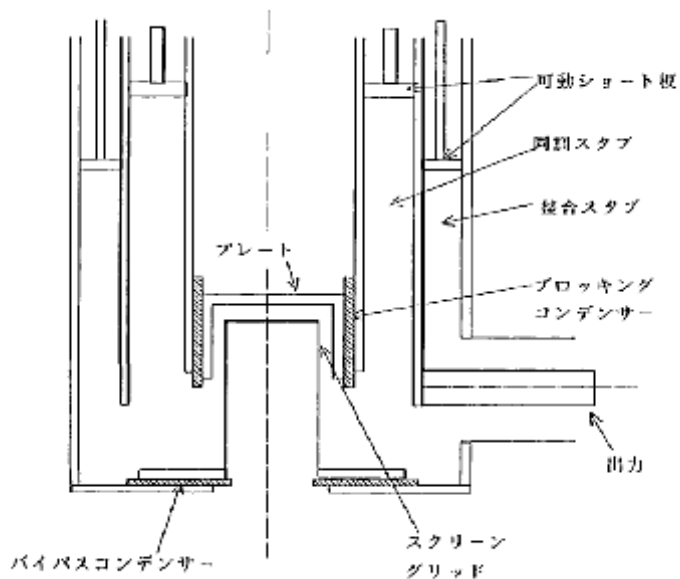


図 4.8: 二重同軸陽極同調・負荷整合回路。

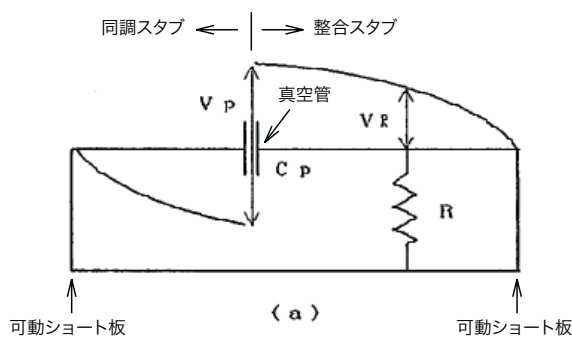


図 4.9: 二重同軸回路の負荷整合の説明。モード (a)。

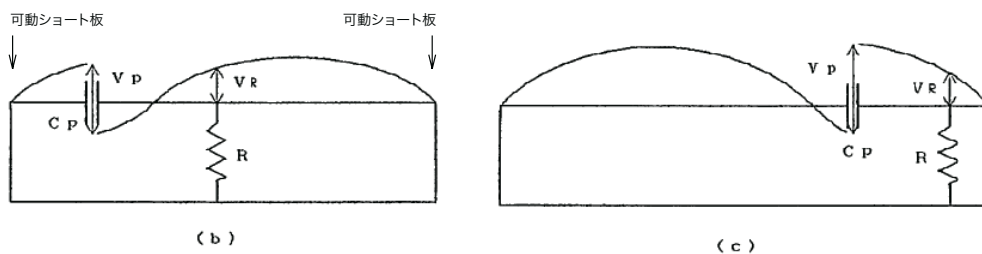


図 4.10: 二重同軸回路の負荷整合の説明。モード (b)、(c)。

## 4.4 伝送線路トランス

伝送線トランスはこれまでのべた事と異なり、参考書 [10] に詳しく解説されており今更説明の必要も無いと思うが、製作が非常に簡単で有用だったので以下に図 4.11 に従って説明する。まず図 4.11 の上側の伝送線と下側の伝送線は、電源と負荷に対し対称に配置されている。従って各伝送線に流れる電流は、等しい事になる。次に各同軸線には円筒状のフェライトコアが巻かれているため、もし一つの伝送線の内導体と外導体に同じ方向に電流が流れたとするとフェライトコアの大きな透磁率のためそのインダクタンスは非常に大きい物になる。その結果伝送線の外導体と内導体の電流は逆向きで等しくなる。従って図に示される大きさと向きに電流が流れる事になる。ここで、電源より供給される電力は全て負荷抵抗  $R$  によって消費されるとすると次式が成立する。

$$R_i \cdot I^2 = R \cdot (I/2)^2$$

すなわち、 $R_i = R/4$  という関係が得られる。当然入力側と負荷側を入れ替えれば、負荷インピーダンスの 4 倍の入力インピーダンスが得られる事になる。なお伝送線を三つに増やすと 1 : 9 のトランスが、また 1 : 4 と 1 : 9 を組み合わせることにより 4 : 9 のトランスが作れる。これらについては参考文献 [10] に詳しく説明されている。ちなみに理研リングサイクロトロンに於いては付録 F の図 F.1 の様に 9 : 4 の伝送線路トランスを 1 kW の半導体増幅器の出力回路の整合を取るため採用した。なおここでは伝送線路を用いて説明したが、実際は二本の絶縁された銅線をよじって回路を製作した。

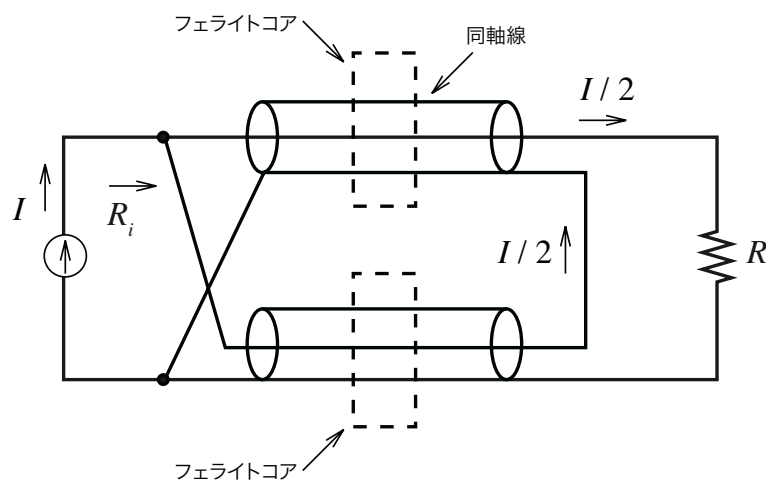


図 4.11: 伝送線トランスの原理図。

#### 4.5 導波管と空洞共振器の小穴結合 (10.5 GHz 高温超伝導体空洞試験)

この方法も参考書 [11] に載っており、今更紹介するまでも無いと思うが、ある種の実験に於いて有用であったので以下に簡単に紹介する。その実験とは酸化物高温超伝導体  $(\text{BiPb})_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$  空洞の高周波特性を調べる実験である [12]。ご存知の様に超伝導体空洞の  $Q$  値は非常に大きく、空洞内に常伝導物体が挿入されるとそれが損失となり正しく高周波特性を測定するのが困難となる。そこで図 4.12(a) に示す様に超伝導空洞に導波管との間に小さな結合穴をもうけ、ここから電力を供給する方法を用いる。そして図 4.12(b) に示す様に導波管上の進行波と反射波を測定する事により空洞の特性を測る方法である。ただし、結合穴の最適な大きさ (負荷整合がとれている) は空洞共振器の特性に大きく依存し、実験前にその大きさを正しく決定することは困難である。そこで結合穴の前に小さい導体を設置し (図 (a) に Cu と示してある)、その位置を移動させ負荷整合をとる方法を採用した。この場合この導体は導波管側にあり、空洞への影響は無いと考えても良い。

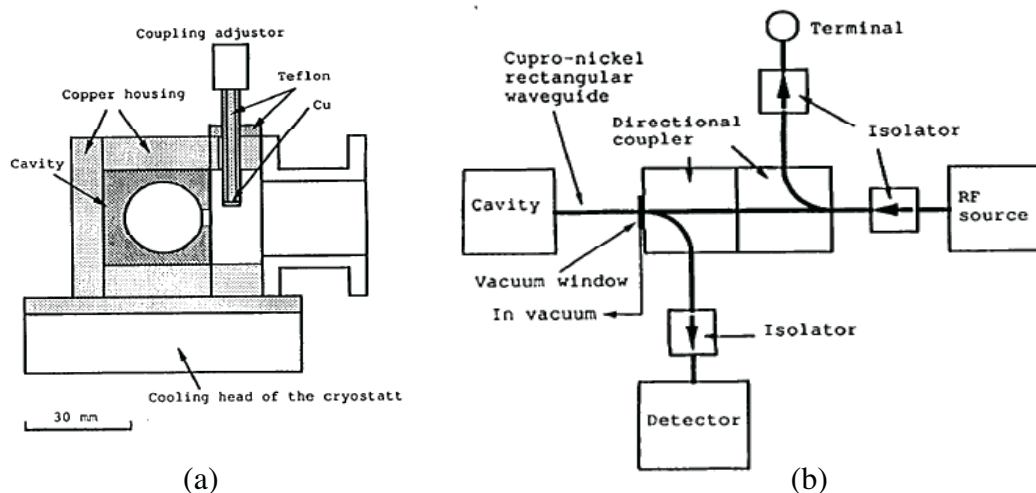


図 4.12: 10.5 GHz、 $\text{TM}_{010}$  酸化物高温超伝導体空洞試験のセットアップ図。(a): 超伝導空洞断面図、(b): 高周波試験回路図。

図 4.13 にこの方法で測定された、高温超伝導体空洞の共鳴吸収曲線を示す。共振周波数において反射波の振幅が 0 になっている事がわかる。この図において、十分共振点からはなれた点 (全反射) の反射電圧振幅を  $V_1$ 、任意の周波数の振幅を  $V_f$  とすればその周波数における反射係数  $\Gamma_f$  と以下の関係にある。ただし導波管の損失、及び共振周波数から離れた点の共振器を見た損失は 0 とする。

$$|\Gamma_f| = V_f/V_1 \quad (4.2)$$

今図 4.12 の様に共振周波数において反射が 0 になる場合、 $\Gamma_f$  が 0.447 になる位置の周波数幅を  $2\Delta f$  とするとキャビティの  $Q$  値は以下の式で与えられる (付録 H 参照)。

$$Q = f_0/2\Delta f \quad (4.3)$$

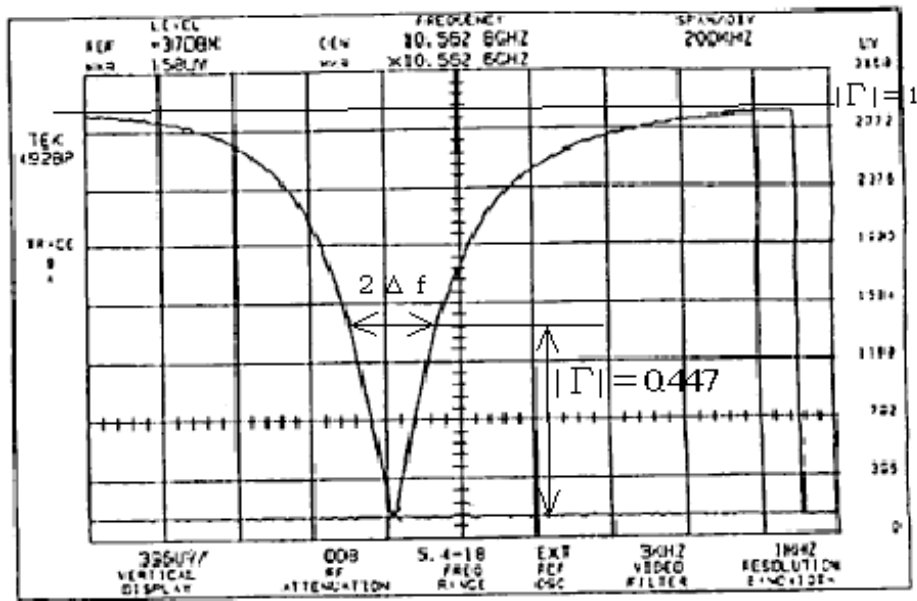


図 4.13:  $TM_{010}$  高温超伝導体空洞の共鳴吸収曲線。横軸は周波数であり、縦軸は反射波の振幅である。共振周波数で反射波は 0 となっている。

ただしここで  $f_0$  は共振周波数である。なお反射が 0 にならない場合も  $Q$  値を求める事ができるが、これについては参考文献 [11] を参照してください。

## 第5章 おわりに

加速器周辺の高周波技術は負荷整合に限らず、論文や教科書だけではなかなか理解できない事が沢山あった。またそれらの知識は各技術者の頭の中、またはノートに残されているのみで、なかなか後輩に伝わりにくい面があった様に思う。そんな訳で、ここで書かれている様な事は現在のベテランの技術者にとっては自明のことが多いと思う。また逆に特殊な例もあり一般性が無い場合もあったと思う。しかし、これから高周波を担当する人にとって、多少参考になるのではとも思い印刷させていただいた。なお私が勉強した参考書の内、川上正光 [1]、及び藤澤和夫 [11] の本が大変役立った。その他阿部英太郎 [13] の本も電磁波を視覚的に理解するのに有用であった。またかなり専門的だが小西良弘 [14] の本も良く参考にした。

なお本文において共振器との結合に於いて $\delta$ と言う変数を導入した。その場合 $\delta^2 \gg 1$ または $\delta = 0$ の様な仮定の下に議論を進めた。この仮定はここで紹介した回路に於いては非常に良く成り立っていた。しかしこの仮定は整合回路の振る舞いを直感的に理解するためであり、必ずしも常に成り立つ訳ではない。従って類似の回路を設計する場合、具体的数値を入れて計算する必要がある。また本文では注意しなかったこととして、これらの解析において「常に入力電流と帰ってくる電流の通路が明確である」と言う事がある。これは多くの教科書においても暗黙の仮定になっている。しかし実際装置を製作する場合必ずしも自明では無い。例えば陰極接地の真空管増幅器の格子入力の接続方法など注意深く設計する必要がある。

ここで述べたことは 解釈等に私の誤解があるかも知れないが、これらの方式により製作された装置は原理的には全て設計通り動作した事は参考文献にある通りである。最後にここで述べた仕事は私一人で行ったのでは無く、多くの先輩や共同研究者の協力によって成されたものである事をお断りします。

## 謝辞

ここで述べた仕事の多くにおいて、元理研の技師であった千葉好明氏には多くの御指導を賜った事を感謝します。また本報告書を書くに当たり、理研の上垣外修一氏には内容を読むとともに、 $\text{\LaTeX}$  への変換をしていただきました。さらに理研の須田健嗣氏と坂本成彦氏には、最終原稿のチェックをしていただきました。ここに感謝します。

## 関連図書

- [1] 川上正光, 「電子回路 1」, 共立出版.
- [2] 藤沢高志, 小寺正俊, 千葉好明, 理化学研究所報告 **44**, No. 1 (1968) 1, 千葉好明, 小寺正俊, 藤沢高志, 理化学研究所報告 **40**, No. 2 (1967) 67.
- [3] M. Odera, Y. Chiba, T. Fujisawa, Y. Miyazawa, O. Terajima, Scientific Paper of the Institute of Physical and Chemical Research, **67** (1973) 99 - 113.
- [4] T. Fujisawa, Scientific Paper of the Institute of Physical and Chemical Research, **77**, (1983) 113 - 170,  
元永昭七, 藤沢高志, 外羽吉幸, 上坪宏道, F. G. Resmini, 山田聡, 上田望, 長谷川武夫, 原子核研究, **22**, No. 1, 93.
- [5] N. Ueda, S. Yamada, T. Hasegawa, M. Sekiguchi, T. Fujisawa, and S. Motonaga, Proc. 5th Int. Symp. on Polarization Phenomena in Nuclear Physics, Santa Fe, (1980) 901, 上田望, 長谷川武夫, 藤沢高志, 原子核研究, **24**, No. 3, 7.
- [6] T. Fujisawa, K. Ogiwara, S. Kohara, Y. Oikawa, I. Yokoyama, M. Nagase, Y. Chiba, Nucl. Instrum. & Methods, **A292** (1990), 1 - 11,  
T. Fujisawa, K. Ogiwara, S. Kohara, Y. Oikawa, I. Yokoyama, I. Takeshita, Y. Chiba, Y. Kumata, Scientific Paper of the Institute of Physical and Chemical Research, **79**, (1985) 12 - 27.
- [7] S. W. Mosko, J. D. Raylander, G. K. Schurze, IEEE Trans, Nucl. Sci., **NS24**, No. 3, (1977) 1786.
- [8] T. Fujimoto, S. Ishikawa, K. Narita, T. Aoki, T. Fujisawa, Y. Sato, Proceedings of the XXI International Linac Conference, Gyeongju, Korea, (2002) 449 - 451.
- [9] 藤沢高志, 電興技報, No. 26 (1992) p. 97, 電気興業株式会社.
- [10] 山村英穂, 「トロイダルコア活用百科」, CQ 出版社.
- [11] 藤澤和男, 「マイクロ波回路」, コロナ社.
- [12] Y. Kawamura, K. Ikegami, Y. Chiba, T. Fujisawa, K. Toyoda, Riken Review **2** (July, 1993) 7.



- [13] 阿部英太郎, 「マイクロ波技術」, 東京大学出版会.
- [14] 小西良弘, 「マイクロ波回路の基礎とその応用」, 総合電子出版社  
小西良弘, 「高周波・マイクロ波回路の構成法」, 総合電子出版社.

## 付録A 伝送線回路(分布定数回路)と反射係数

### A.1 伝送線回路

本文において電源と負荷の整合について述べたが、電源と負荷が直接接続出来ない場合電源と負荷の間を伝送線(同軸線または導波管)でつなぐ事になる。この場合電源と伝送線の間、及び伝送線と負荷の間の負荷整合をとらないと電源電力は効率よく負荷に供給されない事になる。例えば全体を接続した状態で、電源から伝送線側を見た負荷は整合が取れているが、伝送線から負荷を見た負荷整合が取れていない場合、伝送線上に負荷からの反射波が発生し、負荷に電力が効率的に供給されず、多くの電力が伝送線で消費される事になる。この状態は、伝送線の破損の原因となる場合がある。逆に伝送線と負荷の間の整合が取れているが、電源と伝送線間の整合が取れてない場合は、第2章で述べた様に電源から電力が効率的に供給されなくなる。

図A.1に伝送線より電力が搬送され、負荷に供給された場合の電圧電流の向きを示す。

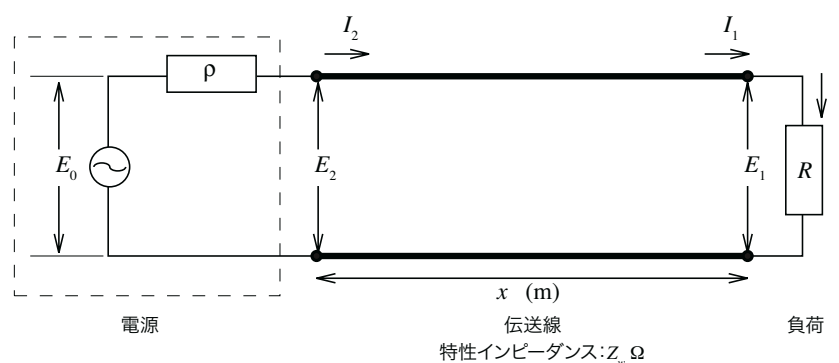


図 A.1: 電源を伝送線で負荷に接続した場合の電圧電流の向きの定義。

この図の様に電圧電流を定めた場合、入力側の電圧電流 ( $E_2, I_2$ ) と終端の電圧電流 ( $E_1, I_1$ ) の間には F マトリックスを使って次の (A.1) 式の関係がある [1]。

$$\begin{pmatrix} E_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma x & Z_w \cdot \sinh \gamma x \\ 1/Z_w \cdot \sinh \gamma x & \cosh \gamma x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

ここで  $Z_w$  は伝送線の特性インピーダンス [ $\Omega$ ] であり  $\gamma$  [ $\text{m}^{-1}$ ] は伝搬定数と呼ばれ、伝送線

の特性を表す量である。この式は導波管やレックヘル線にも適用されるがこれ以降では同軸線(同軸管)について話しを限定する。なお  $Z_w$  及び  $\gamma$  は複素数であるが、伝送線の損失が無視できる場合(損失を0とおく)、それぞれ

$$Z_w = 60/\sqrt{\epsilon} \cdot \log_e b/a \tag{A.2}$$

$$\gamma = j \cdot \beta = j \cdot 2\pi/\lambda \tag{A.3}$$

で与えられる。ここで  $b$ ,  $a$  は外導体の内径及び内導体の外径であり、 $\epsilon$  はその間の絶縁体の比誘電率である<sup>1</sup>。また  $\lambda$  は伝送線上の電磁波の波長であり、 $j$  は虚数単位である。従って同軸線の損失が無視できる場合(A.1)式は次式のように、簡単な三角関数で表される。

$$\begin{pmatrix} E_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta x & jZ_w \cdot \sin \beta x \\ j/Z_w \cdot \sin \beta x & \cos \beta x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

## A.2 反射係数 $\Gamma$

伝送線に限らず回路上の電圧電流を理解する方法として、電圧及び電流を進行波と反射波に分けて解析すると理解しやすい場合がある。特に伝送線回路の場合、伝送線上の各点において入射波と反射波が在ると考えると、理解し易い場合が良くある。すなわち伝送線上を右へ進む波の電圧電流を  $E^{\rightarrow}$  及び  $I^{\rightarrow}$  と表し、左へ進む電圧電流を  $E^{\leftarrow}$  及び  $I^{\leftarrow}$  と表す方法である。例えば本文の図 3.1 に於いて、伝送線の実特性インピーダンス  $Z_w$  と負荷抵抗  $R$  が等しくない場合を考えて見る。図 A.2 に上記の関係を図に示す。ここでキルヒホッフの法則より

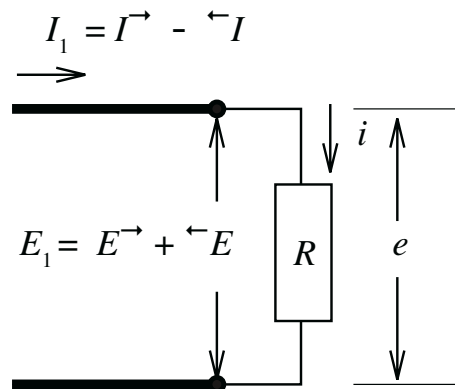


図 A.2: 入射波反射波の関係。

<sup>1</sup>同軸線の実特性インピーダンス  $Z_w$  はその単位長さ当たりのインダクタンス  $L$  とキャパシタンス  $C$  により次式で与えられる： $Z_w = \sqrt{L/C}$ 。また同軸線を伝わる電磁波の速さ  $v$  は  $v = 1/\sqrt{LC}$  で与えられる。従って同軸線の材質によって特性インピーダンス及びそれを伝搬する電磁波の速度と波長が変化する。例えば比誘電率2の絶縁体を使用されている場合、特性インピーダンス、電磁波の伝わる速さ及びその波長は約70%になる。

次式が与えられる。

$$I^{\rightarrow} - {}^{\leftarrow} I = i$$

また伝送線上の電圧電流にはそれぞれ次式が成り立っている。

$$\begin{aligned} {}^{\leftarrow} E &= Z_w \cdot {}^{\leftarrow} I \\ E^{\rightarrow} &= Z_w \cdot I^{\rightarrow} \end{aligned}$$

また伝送線上の電圧は入射波と反射波の和であり、接続点に於いては抵抗  $R$  にかかる電圧  $e$  と等しい。従って次式を得る。

$$E_1 = E^{\rightarrow} + {}^{\leftarrow} E = e$$

上記四つの式及びオームの法則により次式を得る。

$$\begin{aligned} {}^{\leftarrow} E &= \Gamma \cdot E^{\rightarrow} \\ {}^{\leftarrow} I &= \Gamma \cdot I^{\rightarrow} \end{aligned}$$

ここで

$$\Gamma = (R - Z_w)/(R + Z_w) \quad (\text{A.5})$$

であり、反射係数 (Reflection Coefficient) と呼ばれ入射波に対する反射の割合を示す重要な式である。なお負荷  $R$  が実でない場合  $\Gamma$  は複素数となり、その場合でも上記式は成立する。また  $R = Z_w$  の場合  $\Gamma = 0$  となり反射波は無く供給された全ての電力は負荷  $R$  で消費される事になる。この場合伝送線と負荷の整合が取れている事になる。これ以外の場合反射波が伝送線上に存在する事になる。ここで図 A.1 の電源側 ( $E_2, I_2$ ) から負荷を見たインピーダンス ( $Z_2$ ) を計算してみる。式 (A.4) より

$$\begin{aligned} E_2 &= (R \cdot \cos \beta x + j Z_w \cdot \sin \beta x) I_1 \\ I_2 &= (j R / Z_w \cdot \sin \beta x + \cos \beta x) I_1 \end{aligned}$$

となる。ただし  $E_1 = R \cdot I_1$  の関係式を使った。従って

$$\begin{aligned} Z_2 &= E_2 / I_2 \\ &= (R \cdot \cos \beta x + j Z_w \cdot \sin \beta x) / (j R / Z_w \cdot \sin \beta x + \cos \beta x) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

となる。ここで先に述べた  $Z_w = R$  の条件を (A.6) 式に入れて見ると、ただちに

$$Z_2 = Z_w = R$$

となる。すなわち負荷抵抗が特性インピーダンスに等しい場合伝送線の長さにかかわらず  $Z_2 = R$  となる。

次に  $Z_w \neq R$  の場合の電源側から右を見た反射係数 ( $\Gamma_2$ ) を計算してみると、定義により次式を得る。

$$\begin{aligned}\Gamma_2 &= (Z_2 - Z_w)/(Z_2 + Z_w) \\ &= \Gamma \cdot \exp(-2j\beta x)\end{aligned}\tag{A.7}$$

この式は端子 2 における反射係数 ( $\Gamma_2$ ) の絶対値は、端子 1 の反射係数 ( $\Gamma$ ) の絶対値に等しく、またその位相が  $\Gamma$  空間において  $-2j\beta x$  だけ回転 (時計方向) している事を表している (付録 B 参照)。

上記反射係数は伝送線を経由して電力を供給する回路を設計する場合、大変有用である。一方製作された伝送線と負荷のインピーダンス整合の状態を表すのに定在波比 (Voltage Standing Wave Ratio) が良く用いられる。日本ではこれを単に VS という場合が多い。VS と反射係数  $\Gamma$  とは次の式で結ばれている。

$$VS = (1 + |\Gamma|)/(1 - |\Gamma|)\tag{A.8}$$

これより常に、 $VS \geq 1$  であり、整合が取れている場合 1 であることが判る [1]。

## 付録B スミスチャート

付録Aで、伝送線を使って電力供給する回路を設計する場合反射係数を使って考察するのが便利であると述べた。この場合回路の特性をインピーダンスを  $Z$  の座標で考えるのではなく、反射係数  $\Gamma$  の座標で考える事が重要である。この  $\Gamma$  の座標系をスミスチャートと言う。以下に川上正光の「電子回路」[1]に従って簡単にその説明を行う。

まず負荷のインピーダンス  $Z$  を簡単のため伝送線の特徴インピーダンス  $Z_w$  で規格化する。すなわち

$$Z = R + jX$$

として表した場合これらは無次元の数値である。従って伝送線の特徴インピーダンスが  $50 \Omega$  の場合  $R = 1$  は抵抗が  $50 \Omega$  であることを意味し、 $X = 1$  の場合リアクタンスが  $50 j\Omega$  であることを意味する。これを  $Z$  平面で表示すると図B.1の(a)の様に表せる。

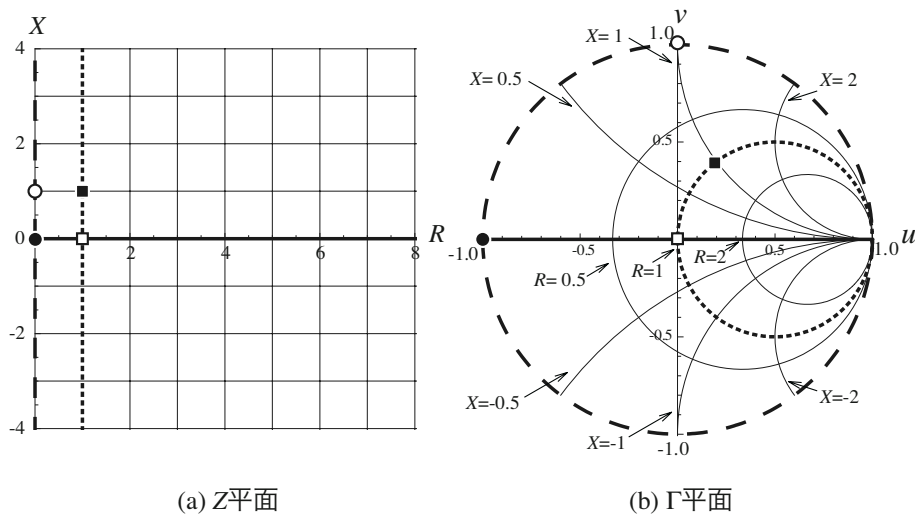


図 B.1: スミスチャートの説明図。

従って反射係数は

$$\Gamma = (Z - 1)/(Z + 1)$$

と表される。今  $\Gamma$  を実数部  $u$ 、虚数部  $v$  で表すと

$$\Gamma = u + jv$$

となる。これを  $Z$  と同様に、横軸を実数  $u$ 、縦軸を虚数部の大きさ  $v$  で表すと図 B.1(b) の様になる。この図で描かれた円は、 $Z$  の実部  $R$  が  $0 \sim \infty$ 、虚数部  $-\infty \sim \infty$  に変化しても、必ずこの円の中の点で表されることを意味する。また図中に示されたパラメーターは  $R$  一定または  $X$  一定の曲線を示し、これらは全て円の一部である。また実数一定の円と虚数一定の円は必ず直交している。すなわち  $Z$  面から  $\Gamma$  面への変換は等角写像となっている。なお参考のため  $Z$  平面上の座標点、 $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(0, 1)$  にマークを付け、同じマークを  $\Gamma$  平面上にも記した。また  $Z$  平面上の、破線、太線、点線の直線に対応する  $\Gamma$  平面上の曲線を同じ線でしめす。なおここでは  $Z$  から  $\Gamma$  への変換を説明したが、同様にアドミッタンス ( $Y = 1/Z$ ) からも変換できる。その場合  $Y$  の実数部一定と虚数部一定曲線は上記の  $Z$  の場合の図を 180 度回転した関係にある [1]。

参考のため市販されているスミスチャートの一例を以下に示す。

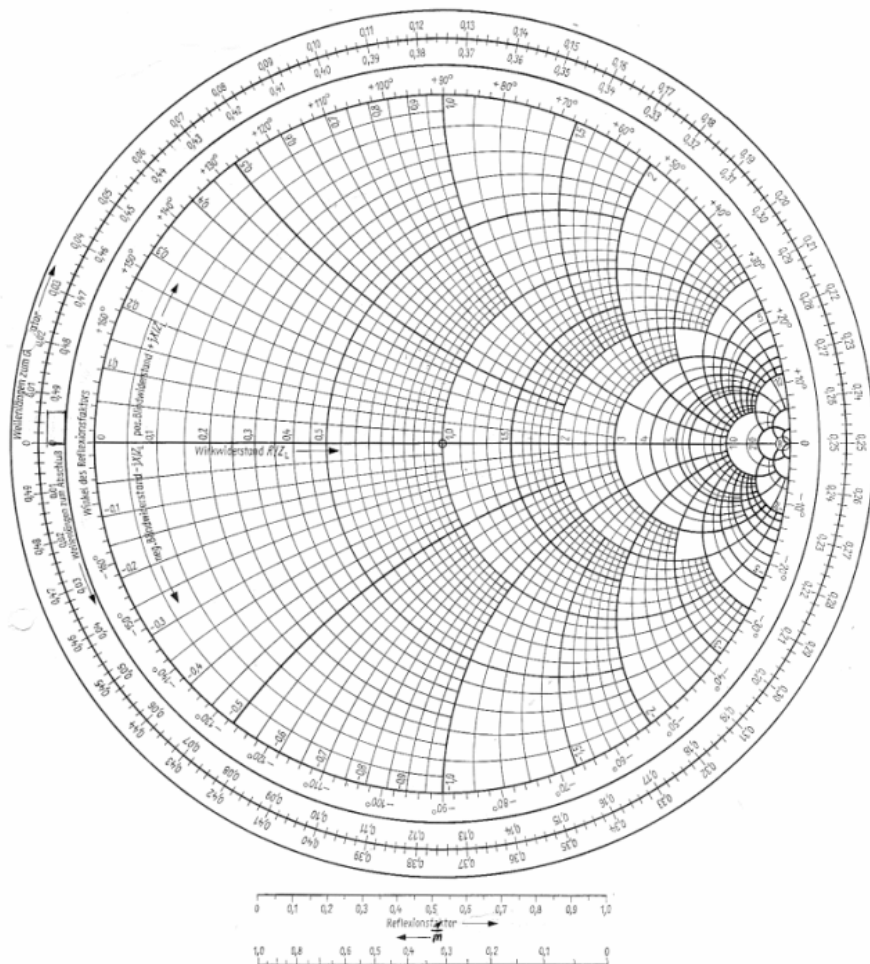


図 B.2: 市販されているスミスチャートの例。

## 付録C 共振回路

高周波加速器周辺には加速空洞を初め多くの共振回路が存在する。従って共振回路の意味を理解しておくことは、加速器の高周波系を理解するための必須条件である。最近の加速器の高周波系は分布定数を使って考察する必要があるが、共振回路の特徴を理解するには集中定数を使って考察した方が本質を理解し易いと思うので、ここでは集中定数を使って説明する。

### C.1 直列共振回路

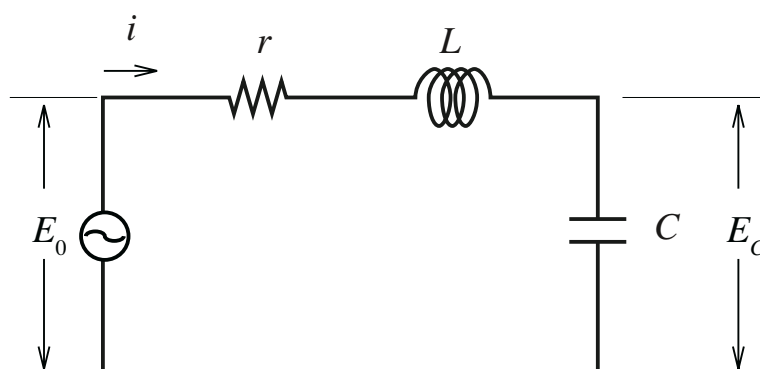


図 C.1: 直列共振回路の定電圧源による励振。

図 C.1 に直列共振回路を定電圧源で励振した場合の図を示す。当たり前の事だがこの図で注意して欲しいのは、電流  $i$  は  $r$ 、 $L$ 、 $C$  に等しく流れること及び定電圧源は内部抵抗を持ってないことである。この場合高周波の角周波数を  $\omega$  とすると、電源より右を見た回路のインピーダンス  $Z$  は

$$Z = r + j\omega L + 1/j\omega C \quad (\text{C.1})$$

となる。したがって  $E_0$  と  $i$  の間には次式が成立する。

$$i = E_0 / (r + j\omega L + 1/j\omega C) \quad (\text{C.2})$$

通常加速器では、容量  $C$  に発生する電圧を利用するが多い。従って容量  $C$  に発生する電圧の周波数特性が重要となる。電流は各素子に等しく流れるので電圧  $E_c$  は (C.1) 式



を利用し次の様に表される。

$$\begin{aligned} E_c &= [E_0/(r + j\omega L + 1/j\omega C)]/j\omega C \\ &= E_0/(1 - \omega^2 LC + j\omega C \cdot r) \end{aligned} \quad (C.3)$$

この式から直ちに判ることは、容量  $C$  に最大の電圧を発生する条件は

$$\omega = 1/\sqrt{LC} \quad (C.4)$$

でありこれを共振角周波数 ( $\omega_0$ ) とする。この時

$$|E_c/E_0|_{\max} = Q = 1/\omega_0 Cr = \omega_0 L/r \quad (C.5)$$

となり、これを  $Q$  値 (Quality Factor) と云う。また共振周波数においては、励振電圧と容量  $C$  に発生する電圧の位相は 90 度ずれていることが判る。

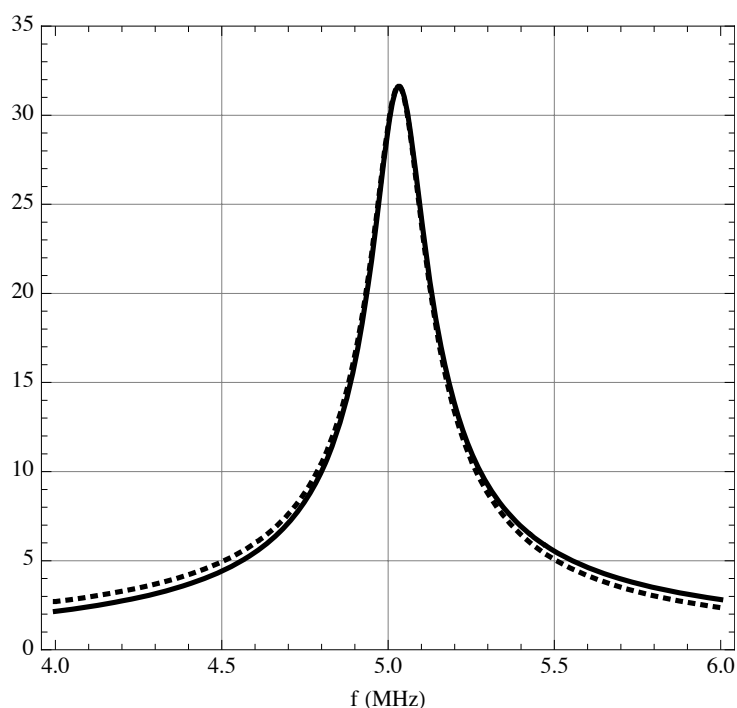


図 C.2: 直列共振回路特性曲線。  $R = 1 \Omega$ 、 $L = 1 \mu\text{H}$ 、 $C = 1000 \text{ pF}$ 、 $Q \approx 32$ 。

図 C.2 に図 C.1 の回路の周波数特性を示す。ここで実線は共振器を流れる電流の相対値であり点線は  $|E_c/E_0|$  である。両者はほぼ相似形であるが周波数が共振点より離れると  $j\omega C$  の分だけ異なっている事が判る (付録 A 参照)。

図 C.2 より共振周波数近傍では容量  $C$  に発生する電圧は、 $Q = 30$  以上であれば  $C$  に流れる電流を見れば良い事が判る。そこで (C.2) 式において  $E_0 = 1$  の時の電流を  $I$  (これはインピーダンスの逆数) としてこれを変形すると

$$I = 1/[\omega_0 L \cdot (r/\omega_0 L + j(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega))]$$

ここで、 $\omega \approx \omega_0$ 、また  $Q = \omega_0 L/r$ 、 $\Delta\omega = \omega - \omega_0$  とすると

$$I = (1/\omega_0 L)/(1/Q + 2j\Delta\omega/\omega_0) \quad (\text{C.6})$$

となる。従って電流の絶対値  $|I|$  は

$$|I| = (1/\omega_0 L)/\sqrt{1/Q^2 + (2\Delta\omega/\omega_0)^2} \quad (\text{C.7})$$

となる。従って共振周波数における電流の絶対値  $|I_{\text{res}}|$  は

$$|I_{\text{res}}| = Q/\omega_0 L = 1/r$$

となる。今  $2\Delta\omega/\omega_0 = 1/Q$  となる角周波数の時の電流値の絶対値を  $|I_h|$  とすれば、式 (C.7) より

$$|I_h|/|I_{\text{res}}| = 1/\sqrt{2}$$

となる事が判る。すなわち共振周波数周辺で周波数を変化させ、電流の絶対値が  $1/\sqrt{2}$  になる時の角周波数変化量を  $\Delta\omega_h$  とすれば  $Q$  値

$$Q = \omega_0/2\Delta\omega_h \quad (\text{C.8})$$

と云う重要な式が得られる。

## C.2 直列共振回路のスミスチャート上の軌跡

図 C.1 の直列共振回路のインピーダンスは (C.1) で与えられる。

今仮に便宜上特性インピーダンスを  $r \Omega$  (通常は  $50 \Omega$ ) で規格化すると、図 C.2 の回路定数を考えると、

- 角周波数  $\omega = 0$  の時  $Z = -j\infty + 1$
- 角周波数  $\omega = \omega_0$  の時  $Z = 1$  (共振点)
- 角周波数  $\omega = \infty$  の時  $Z = j\infty + 1$

となる事は直ちに判る。従ってこれを、 $Z$  平面で表すと図 B.1 の (a) の点線となる事が判る。また  $\Gamma$  平面上で表すと点線の円となる。すなわち直列共振回路の反射係数  $\Gamma$  は

- 角周波数  $\omega = 0$  の時  $\Gamma = 1$
- 角周波数  $\omega = \omega_0$  の時  $\Gamma = 0$  (共振点)
- 角周波数  $\omega = \infty$  の時  $\Gamma = 1$

となる。すなわち  $u = 1, v = 0$  から出発し  $\Gamma$  平面上で時計回りの円を一周する。今ではこの図はネットワークアナライザで直接見る事ができ、共振回路の特性を知るのに大変有用である。

### C.3 並列共振回路

図 C.3 に並列共振回路を定電流源で励振した場合の回路図を示す。この図で電源より回路を見たアドミッタンス  $Y$  は次式で与えられる。

$$Y = 1/R + j\omega C + 1/j\omega L \quad (\text{C.9})$$

従って電源電流と発生電圧  $E$  には次の関係が成り立つ

$$E = I_0 / (1/R + j\omega C + 1/j\omega L) \quad (\text{C.10})$$

この式は直列共振回路の (C.1) 式と同じ型をしている。従って係数は異なるがその振る舞いは良く似ている。

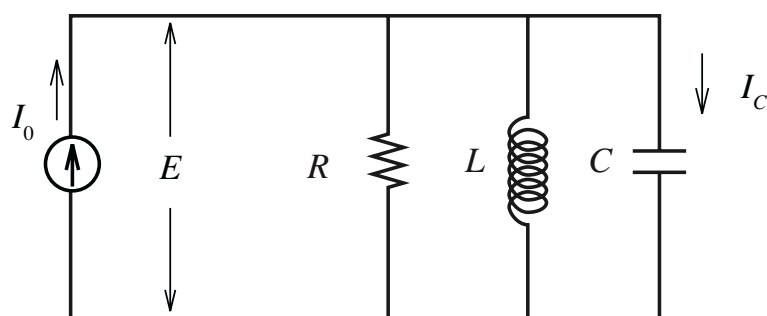


図 C.3: 並列共振回路の定電流源による励振。

すなわち共振角周波数

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$$

共振点の電圧

$$E = I_0 \cdot R$$

$Q$  値

$$\begin{aligned} Q &= \omega_0 / 2\Delta\omega_h \\ &= \omega_0 C \cdot R = R / \omega_0 L \end{aligned}$$

等の式が得られる。

### C.4 並列共振回路のスミスチャート上の軌跡

前項の図 C.3 の並列共振回路のアドミッタンスを与える式 (C.9) を次式の様に変換する。

$$Y = G + jB$$

ここで  $G = 1/R$  でコンダクタンスとよばれ、 $B = \omega C - 1/\omega L$  でサセプタンスとよばれる。また反射係数  $\Gamma$  は  $Y = 1/Z$  なので

$$\Gamma = (1 - Y)/(1 + Y)$$

となる。ただし  $Y$  は伝送線の特性インピーダンスで規格化されている。図 C.4 に  $Y$  平面と  $\Gamma$  平面の関係を示す。説明は図 B.1 と同様である。

ここで並列共振回路の  $G = 1$  の場合、周波数が  $0 \sim \infty$  へと変化した場合の  $Y$  の変化を調べてみる。

- 角周波数  $\omega = 0$  の時  $Y = -j\infty + 1$
- 角周波数  $\omega = \omega_0$  の時  $Y = 1$ (共振点)
- 角周波数  $\omega = \infty$  の時  $Y = j\infty + 1$

となる事は直ちに判る。従ってこれを、 $Y$  平面で表すと図 C.4 の (a) の点線となる事が判る。また  $\Gamma$  平面上で表すと点線の円となる。すなわち並列共振回路の反射係数  $\Gamma$  は

- 角周波数  $\omega = 0$  の時  $\Gamma = -1$
- 角周波数  $\omega = \omega_0$  の時  $\Gamma = 0$ (共振点)
- 角周波数  $\omega = \infty$  の時  $\Gamma = -1$

となる。すなわち  $u = -1, v = 0$  から出発し  $\Gamma$  平面上で時計回りの円を一周する。ここで面白いのは、並列共振回路と直列共振回路では出発点は異なっても常に周波数増加と共にミスチャート上の円を右回りするという事である。

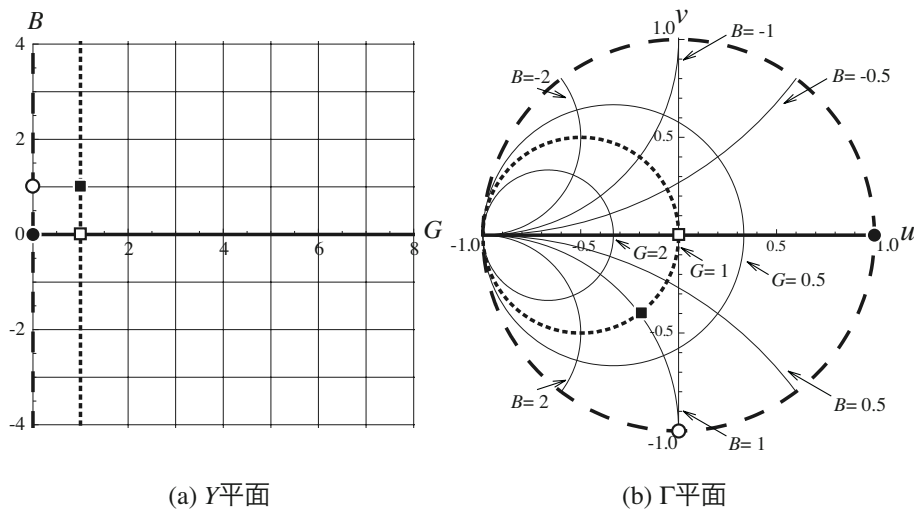


図 C.4:  $Y$  平面と  $\Gamma$  平面の関係及び並列共振回路の軌跡。

## C.5 直列共振回路と並列共振回路の関係

ここまで直列共振回路と並列共振回路についてのべてきたが、その違いは回路に有るのではなく励振する電源の接続方法にある。別の言葉で言えば、インピーダンス(またはアドミッタンス)の測定回路の接続方法にある。なぜなら直列共振回路は図 C.5 の様に並列共振回路と等価である。従って共振回路を励振する場合、電源と回路がどのように接続されているかに注意が必要である。

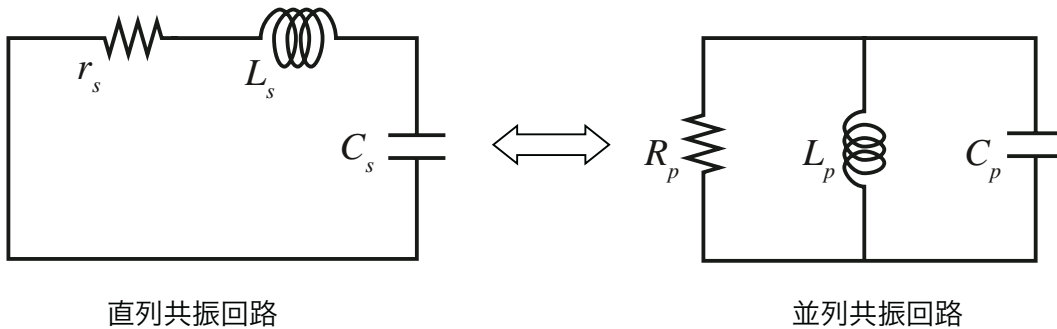


図 C.5: 直列共振回路と並列共振回路の等価性。

ただしここで

$$\begin{aligned}
 C_p &= C_s \\
 L_p &= L_s \\
 R_p &= (\omega_0 L_s)^2 / r_s = 1/r_s \cdot (\omega_0 C_s)^2
 \end{aligned}
 \tag{C.11}$$

の関係がある。さらに、共振回路の  $Q \gg 1$  という条件がある。すなわち

$$r_s \ll \omega_0 L_s = 1/\omega_0 C_s$$

当然

$$R_p \gg \omega_0 L_s = 1/\omega_0 C_s$$

である。なお式 (C.11) の変換は  $L$ 、 $C$  どちらか一方がなくても上記の条件があれば成立する。

## 付録D インダクタンス分割型負荷整合回路 2端子網計算

図D.1に2端子網計算を理解し易いよう図3.4を変形した物をしめす。この共振回路の共振点は $Y_1 + Y_2$ の虚数部が0の時、またその時の入力インピーダンス $R_i$ は図に示されている。この図より

$$\begin{aligned} Y_1 &= 1/j\omega L_d \\ Y_2 &= 1/[j\omega L_u + 1/(j\omega C + 1/R)] \end{aligned}$$

で与えられる。ここで $Y_2$ を付録Cで述べた直列回路と並列回路の変換式を用いる。すなわち $r = 1/R \cdot (\omega C)^2$ とすると

$$\begin{aligned} Y_2 &= 1/[j\omega L_u + 1/(j\omega C + 1/R)] \\ &= \{r - j(\omega L_u - 1/\omega C)\} / \{r^2 + (\omega L_u - 1/\omega C)^2\} \end{aligned}$$

従って $Y_2$ の実数部は

$$\Re Y_2 = r / \{r^2 + (\omega L_u - 1/\omega C)^2\}$$

また虚数部は

$$\Im Y_2 = -(\omega L_u - 1/\omega C) / \{r^2 + (\omega L_u - 1/\omega C)^2\}$$

となる。従って $r \ll |\omega L_u - 1/\omega C|$ の時

$$\Im Y_2 = -1/(\omega L_u - 1/\omega C)$$

従って

$$\begin{aligned} \Im(Y_1 + Y_2) &= -1/(\omega L_u - 1/\omega C) - 1/\omega L_d \\ &= \{(\omega L_u - 1/\omega C) + \omega L_d\} / \{(\omega L_u - 1/\omega C) \cdot \omega L_d\} \end{aligned}$$

すなわち虚数部が0になる条件は

$$\omega = 1/\sqrt{(L_u + L_d) \cdot C}$$

この時のインピーダンスは $Y$ の実数部の逆数なので

$$R_i = \{r^2 + (\omega L_u - 1/\omega C)^2\} / r$$

ここで前記共振条件を入れ分子の  $r$  を無視すると

$$R_i = (\omega L_d)^2 / r$$

上式を再び  $R$  で表現すると

$$R_i = (\omega L_d)^2 \cdot R \cdot (\omega C)^2$$

共振点に於いては  $\omega(L_u + L_d) = 1/\omega C$  なので

$$R_i = R \cdot (L_d / (L_d + L_u))^2$$

と本文 (3.4) 式と同じ式を得る。

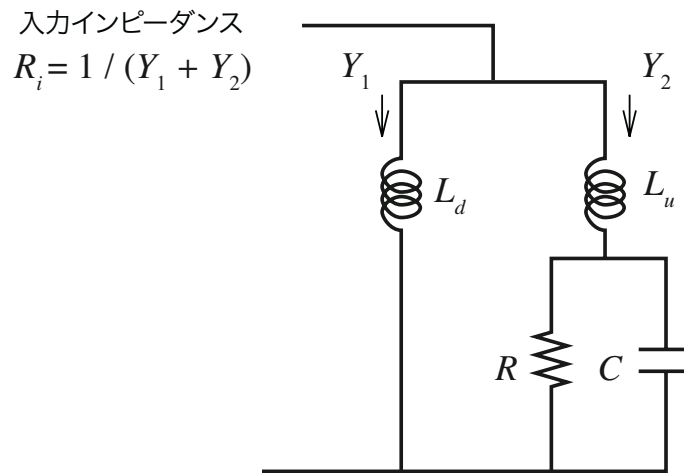


図 D.1: インダクタンス分割型負荷整合回路 2 端子網。

なお参考のため図 D.2 に偏極イオン源の構成図を示す。一番上部に在るのが解離器である。また 3.3 で述べたバンチャーは偏向電磁石の下方のビームダクト内に設置された。

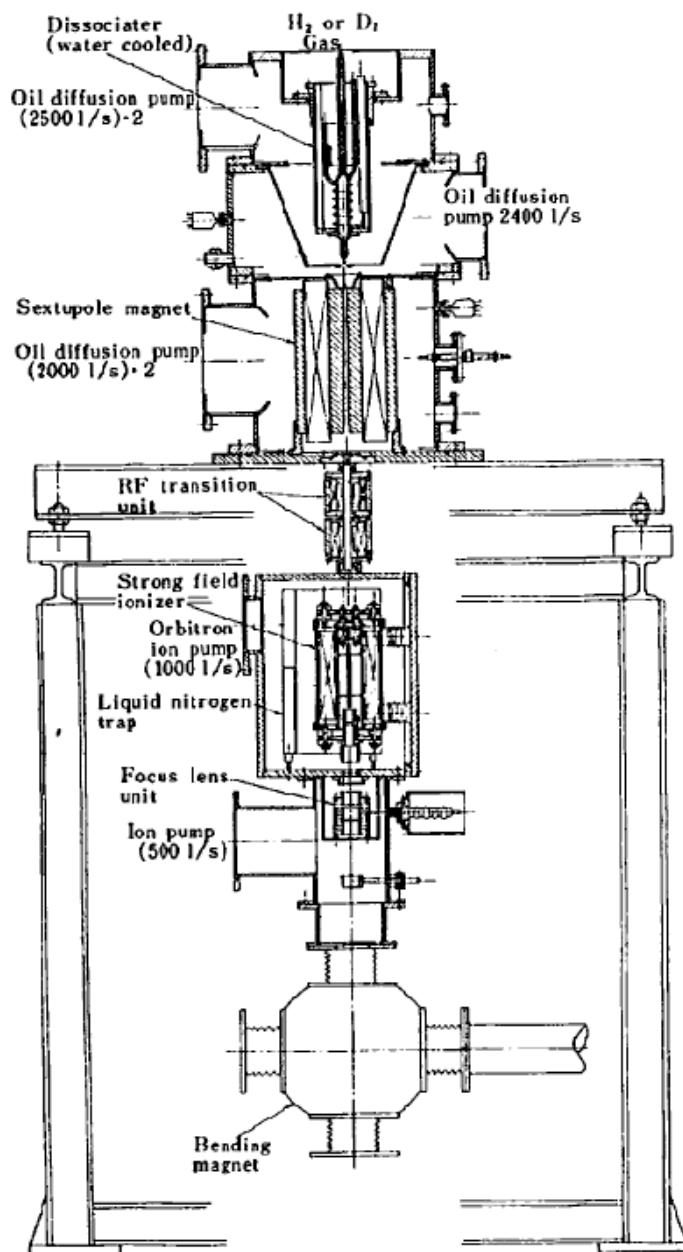


図 D.2: 理研原子線型陽子重陽子偏極イオン源。このイオン源は1976年東京大学原子核研究所のAVFサイクロトロンに設置され原子核研究に使用された [4]。また日本で最初にサイクロトロンで偏極陽子を加速した。



## 付録E All Pass Networkの解析

### E.1 $\pi$ 型回路のT型回路への変換

本文図 3.9 の回路の解析は 2 端子網やその他の理論によってもできるが、ここでは 4 端子網による解析に付いて述べる。しかしインダクタンス  $L$  の間に  $L_g$ 、 $C_g$  が付いておりこのままでは F マトリックスが使えない。そこで以下に  $\pi$  型回路から T 型回路の変換に付いて説明する。図 E.1 に各回路素子の記号を示す。この回路に於いて次式が成立すれば、両回路は入出力に於いて全く同じ振舞をする。すなわち  $\pi$  型回路を T 型回路に置き換えて考えても良い事になる。

$$Z_b = Z_\beta^2 / (Z_\alpha + 2Z_\beta)$$

$$Z_a = Z_\alpha \cdot Z_\beta / (Z_\alpha + 2Z_\beta)$$

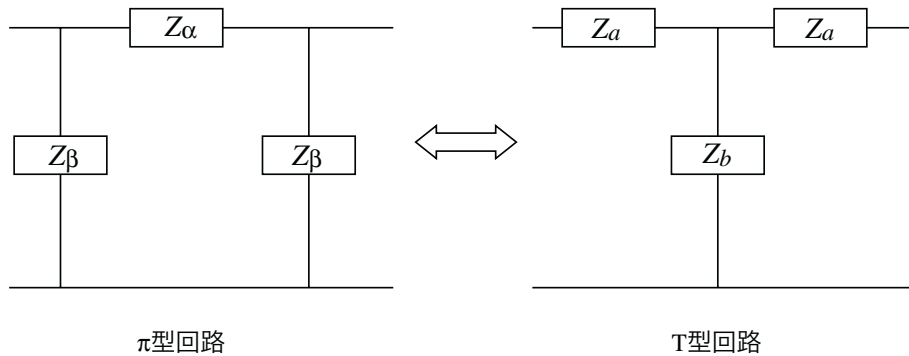


図 E.1:  $\pi$  型回路から T 型回路への変換。

ここで本文図 3.9 の回路をより一般的に以下の図 E.2(a) の様に表すと、上記関係式によってそれは図 (b) の様に書き直せる。ここで  $Z_a$  は上記式と同じであり  $Z_d$  は次式で与えられる。

$$Z_d = Z_\delta + Z_\beta^2 / (Z_\alpha + 2Z_\beta)$$

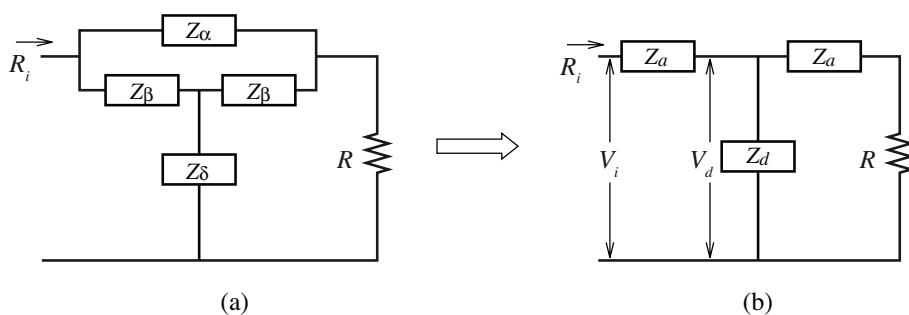


図 E.2: All Pass Network 回路の変換。

## E.2 F マトリックスによる解析

F マトリックスの理論により図 E.2(b) の回路の入力インピーダンス  $R_i$  と負荷  $R$  の間には次の式が成立する。

$$R_i = (A \cdot R + B) / (C \cdot R + D)$$

ただしここで  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  は F マトリックスの要素であり次式で与えられる。

$$\begin{aligned} A &= 1 + Z_a / Z_d \\ B &= 2Z_a + Z_a^2 / Z_d \\ C &= 1 / Z_d \\ D &= 1 + Z_a / Z_d \end{aligned}$$

上記要素を  $R_i$  の式に代入すると次式を得る

$$R_i = R + (RR - R^2) / (Z_a + Z_d + R)$$

ただし

$$\begin{aligned} RR &= Z_a(Z_a + 2Z_d) \\ &= Z_\alpha \cdot Z_\beta(Z_\beta + 2Z_\delta) / (Z_\alpha + 2Z_\beta) \end{aligned}$$

従って

$$Z_\alpha \cdot Z_\beta(Z_\beta + 2Z_\delta) / (Z_\alpha + 2Z_\beta) = R^2 \quad (\text{E.1})$$

の条件を満たせば

$$R_i = R$$

となる。

さてここで式 (E.1) を満たす回路に於いて図 E.2(b) に示されている入力電圧  $V_i$  と  $Z_d$  に発生する電圧  $V_d$  の関係はオームの法則により以下の式で与えられる。

$$V_d/V_i = (R_i - Z_a)/R_i = 1 - Z_a/R \quad (\text{E.2})$$

ここで本文の (3.17) 式の電圧ゲイン  $G_v$  を (3.15) 式から導いてみる。

$$\begin{aligned} G_v &= |(1 - Z_a/R)/(j\omega C_g \cdot Z_d)| \\ &= |(1/\omega C_g) \cdot \alpha| \end{aligned}$$

ここで  $\alpha = (R - Z_a)/(Z_d \cdot R)$  である。今 (C.11) 式が満たされているとすると  $RR = R^2 = Z_a(Z_a + 2Z_d)$  なので

$$Z_d = (R^2 - Z_a^2)/2Z_a$$

となる。この式を上記  $\alpha$  に代入すると次式を得る。

$$\alpha = 2Z_a/[(R + Z_a) \cdot R] = 2/(R + R^2/Z_a)$$

ここで前項で求めた  $Z_a$  の式を代入すると

$$\alpha = 2/[R + R^2 \cdot (Z_\alpha + 2Z_\beta)/(Z_\alpha \cdot Z_\beta)]$$

となり、ここで再び (C.11) 式を使うと次式を得る。

$$\alpha = 2/(R + Z_\beta + 2Z_\delta)$$

従って

$$G_v = |(2/\omega C_g)/(R + Z_\beta + 2Z_\delta)|$$

となる。この式に  $Z_\beta = j\omega L$  及び、 $Z_\delta = j\omega L_g + 1/j\omega C_g$  を代入すれば本文 (3.17) 式を得る

## 付録F 理研リングサイクロトロンの高周波系回路図

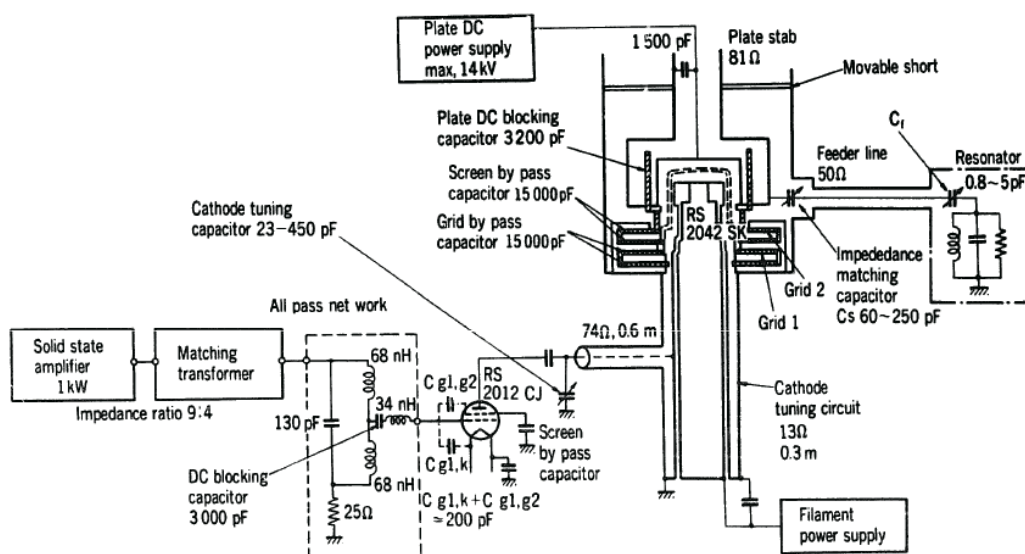


図 F.1: 理研リングサイクロトロンの高周波増幅器。

## 付録G オーバーカップリングとアンダーカップリング

本文に於いて負荷整合の方法について幾つか説明してきたが、実際には正確な整合条件を満たしていない場合が多々ある。そのような場合に付いて以下に容量結合の場合を例にとって説明する。まず結論を言えば式 (3.9) または式 (3.10) における  $R_i$  が電力供給用の伝送線の特徴インピーダンス  $Z_w$  に対し

- $R_i < Z_w$  の場合オーバーカップリング
- $R_i > Z_w$  の場合アンダーカップリング

と言う。その意味は言葉通り前者は結合が強い事を意味し、後者は結合が弱い事を意味する。またどちらの場合も伝送線上に反射波が発生する事になる。また電源が直接共振器に接続されている場合、電源の内部抵抗に対する  $R_i$  の大小により判断される。

まず結合容量  $C_c$  の無い場合、結合点より共振回路を見たアドミッタンス  $Y$  は式 (C.9) より次式で与えられる。

$$Y = 1/R + j\omega C + 1/j\omega L$$

今共振回路の  $Q$  値が 1 より遙かに大きい場合、すなわち

$$1/R \ll \omega_0 C, \quad 1/R \ll 1/\omega_0 L$$

の場合、周波数を 0 からだんだん上げて行った場合を考えてみる。この場合、並列共振回路なので、図 C.4 より下図 G.1 の一点鎖線のような軌跡を描く事が判る。ただし、実抵抗  $R$  が伝送線の特徴インピーダンスより遙かに大きいため、円はほとんど  $|\Gamma| = 1$  の円に近くなる。

次に結合容量  $C_c$  を通して共振回路を見た場合のインピーダンスは、式 (3.8) より

$$R_i = R/(1 + \delta^2) - j[1/j\omega C_c + \delta \cdot R/(1 + \delta^2)]$$

で与えられる。ただし  $\delta = R(\omega C - 1/\omega L)$  である。

いま  $|\delta|^2 \gg 1$ 、また周波数変化を共振点近傍とすると

$$\begin{aligned} \Re R_i &= r \cdot (C/C_c)^2 \\ \Im R_i &= -(1/\omega C_c + R/\delta) \end{aligned}$$

ここで周波数を共振周波数の下側から共振点を通って高い方に変化させたとする。

- 周波数 < 共振点      $\Im R_i < 0$
- 共振点                 $\Im R_i = 0, \quad \Re R_i = r \cdot (C/C_c)^2$
- 周波数 > 共振点      $\Im R_i > 0$

すなわち共振曲線は図 G.1 の右端 ( $\Gamma=1$ ) よりスタートし、右回りに回転していく事になる(実線、点線、破線の円)。これは付録 C(図 B.1(b) 参照) で述べた直列共振回路の軌跡と等しい事が判る。いま  $\Re R_i = Z_w$  の場合、その円はちょうど中心点 ( $\Gamma=0$ ) を通り、 $R_i > Z_w$  の場合点線の円となり、 $R_i < Z_w$  の場合破線の円を描く。すなわちオーバーカップリングの場合中心点を含む円になり、整合が取れている場合は円は  $\Gamma=0$  の点を通り、アンダーカップリングの場合  $\Gamma=0$  は円の外にある。このことを知っていれば、ネットワークアナライザで共振回路の特性を測定した場合、直ちに負荷整合がどうなっているかを知る事ができる。上記の考察は (A.5) 式に上記  $R_i$  を代入する事によって計算からも求める事ができる。

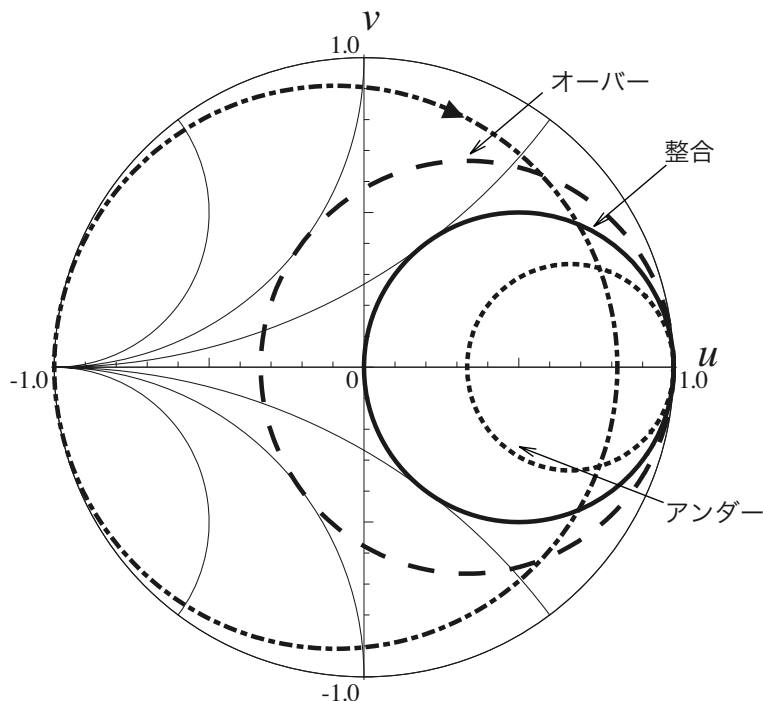


図 G.1: C 結合の場合の共振カーブのスミスチャート上の軌跡。

## 付録H 負荷整合が取れている時の共振カーブと $Q$ 値

### H.1 集中定数回路の定電流源+内部抵抗による説明

図 H.1 に負荷整合 ( $\rho = R$ ) をとった場合の電源と共振回路を集中定数回路で示す (図 2.1 参照)。この図から直ちに判る事は、整合が取れている場合全体回路の  $Q$  値が半分になることである (付録 C 及び図 C.3 参照)<sup>1</sup>。これを式で示すため、式 (C.10) 及び式 (C.6)、(C.7) を参照して次式を得る。

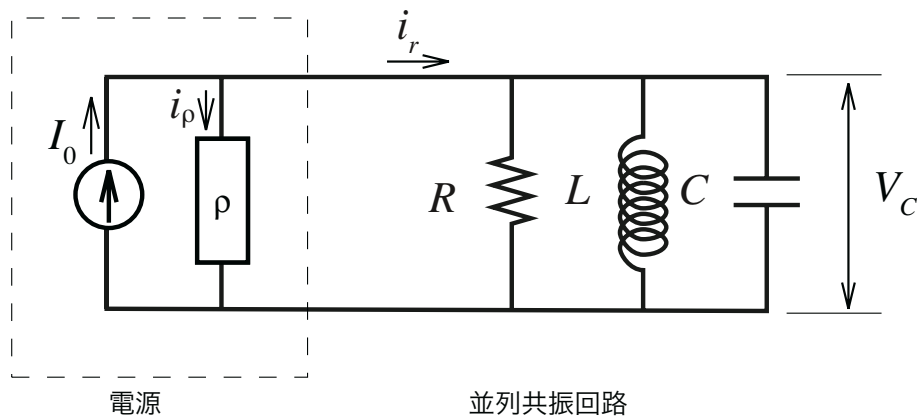


図 H.1: 負荷整合 ( $\rho = R$ ) をとった場合の共振回路と電源の関係。

$$|V_c| = I_0 \cdot \omega_0 L / \sqrt{1/Q_L^2 + (2\Delta\omega/\omega_0)^2} \quad (\text{H.1})$$

ただし  $\omega_0$  及び  $\Delta\omega$  は共振角周波数と共振角周波数からのずれであり、 $Q_L$  は負荷  $Q$  であり次式で与えられる。

$$Q_L = 1 / [(1/\rho + 1/R)\omega_0 L]$$

<sup>1</sup> 整合が取れてない場合 ( $\rho \neq R$ ) も含めて図 H.1 の様にして求められた  $Q$  を負荷  $Q$  (loaded- $Q$ ) と呼び、これまで述べて来た定電圧 (定電流) 源によって求められた  $Q$  を無負荷  $Q$  (unloaded- $Q$ ) と呼ぶ。これについては参考文献 [11] の 115 ページ参照。

すなわち、 $\rho = R$ の時

$$Q_L = Q_0/2$$

である。

負荷整合が取れている場合の式は、上式を式 (H.2) に代入し

$$|V_c| = [I_0 \cdot \omega_0 L / 2] \cdot 1 / \sqrt{1 / Q_0^2 + (\Delta\omega / \omega_0)^2} \quad (\text{H.2})$$

を得る。従って振幅  $V_c$  が  $1/\sqrt{2}$  になる周波数の共振角周波数のずれを  $\Delta\omega_h$  とすれば次式を得る (式 (C.7) 参照)。

$$Q_0 = \omega_0 / \Delta\omega_h$$

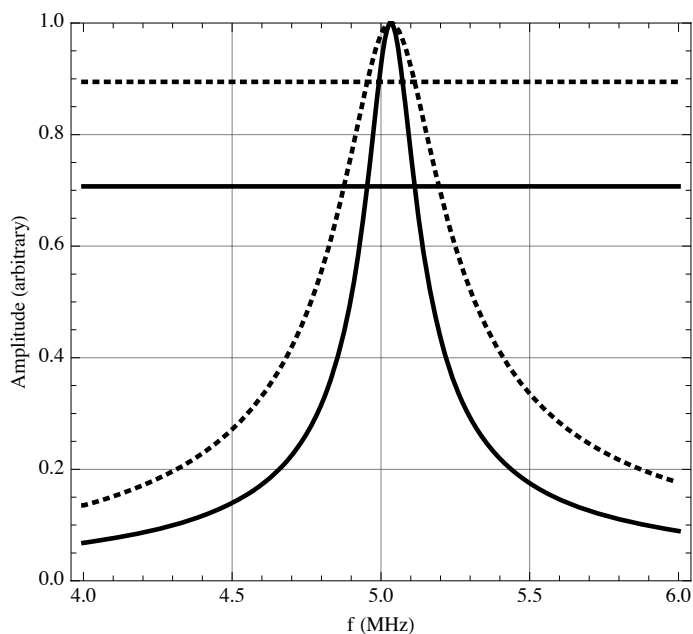


図 H.2: 同一共振器に対し、負荷整合をとった場合 (破線) と定電流源 (実線) で測定した場合の共振カーブ。

さてここで視点を変え、(C.7) 式と同様の関係式を与える時の  $V_c$  の大きさを求めてみる。すなわち次式を満たす  $V_c$  の大きさである。

$$Q_0 = \omega_0 / 2\Delta\omega_x$$

今共振点の電圧振幅を  $V_0$ 、上記式を満たす電圧を  $V_x$  とすると

$$\begin{aligned} V_x / V_0 &= 1 / \sqrt{1 + (Q_0 \Delta\omega_x / \omega_0)^2} \\ &= 1 / \sqrt{1 + 0.5^2} \\ &= 0.8944 \end{aligned}$$



さて振幅が0.8944倍と言う事は回路で消費される電力はその2乗になったと言う事であり0.8倍である。すなわち共振時の消費電力の0.2が反射した事になる。これを振幅に換算すると $\sqrt{0.2} = 0.447$ である。すなわち反射係数 $\Gamma = 0.447$ の角周波数の共振点からのずれが $\Delta\omega_x$ である。

この事を図H.2にグラフで示す。ここで、実線のカーブが定電流(定電圧)源で測定した共振カーブであり、点線が負荷整合の取れた電源で測定したものである。振幅が0.707の位置に水平の実線が引かれているが、これが実線の共振カーブと交わる2点の周波数の差が $2\Delta f$ である。また振幅が0.894の位置に水平の破線が引かれておりこれが破線の共振カーブと交わる二つの周波数の差も $2\Delta f$ である。

## H.2 負荷整合回路が挿入された場合

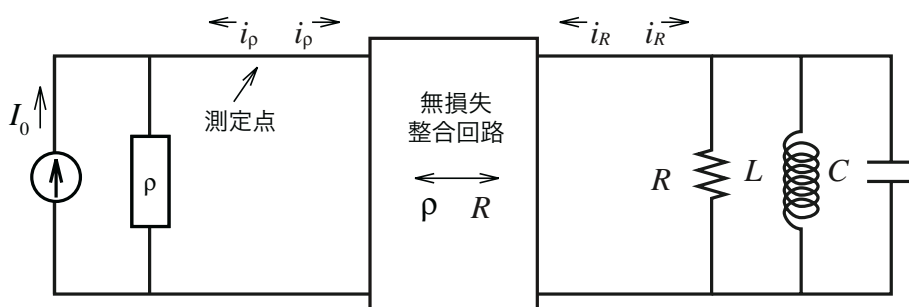


図 H.3: 負荷整合回路が挿入されている場合の考察。

前記の説明は負荷整合回路がついて無い場合の説明であり、整合回路のある場合は、はたしてどうなるかは自明ではない。図H.3に整合回路と負荷の関係図を示す。ここで

1. 整合回路は無損失である
2. 整合回路の周波数特性は、負荷の共振周波数の近辺の周波数の微少変化に対し無視できる

とする。

さて整合回路の特徴として負荷抵抗 $R$ を $\rho$ に変換する場合、負荷側から整合回路を通して電源側の抵抗 $\rho$ を見ると、そのインピーダンス(抵抗)は $R$ となる(参考文献[1]の73ページ参照)。すなわち負荷側からみると $\rho$ を $R$ に変換した事になる。今 $i_{\rho}^{\rightarrow}$ 、 $\leftarrow i_{\rho}$ を電源側の入射波、及び反射波の電流、また $i_R^{\rightarrow}$ 、 $\leftarrow i_R$ を負荷側の入射波、及び反射波の電流とする

とエネルギー保存則により次式が成立する<sup>2</sup>。

$$\begin{aligned}\rho \cdot |i_{\rho}^{\rightarrow}|^2 &= R \cdot |i_R^{\rightarrow}|^2 \\ \rho \cdot |i_{\rho}^{\leftarrow}|^2 &= R \cdot |i_R^{\leftarrow}|^2\end{aligned}$$

従って

$$|i_{\rho}^{\leftarrow}|/|i_{\rho}^{\rightarrow}| = |i_R^{\leftarrow}|/|i_R^{\rightarrow}|$$

すなわち、

整合回路の電源側から共振回路を見た反射係数の 絶対値 は  
共振器を直接見た場合の反射係数の 絶対値 に等しい

ということがわかる。

<sup>2</sup> 付録Bより判る様に、反射係数 $\Gamma$ を決めるためには電力供給線路の特性インピーダンスが判っていないなければならない。すなわち、図H.3の電源と整合回路を結ぶ線路の特性インピーダンスは $\rho$ で無ければならない。なぜなら、さもないと電源と線路の間及び線路と整合回路の整合が取れて無い事になるからである。同様に整合回路と共振器をつなぐ線路の特性インピーダンスは $R$ で無ければならない。従って線路上を各方向に伝搬する電力は文中の式になる。

「高周波回路の負荷整合」 正誤表

平成 29 年 5 月 19 日

箇所	誤	正
15 頁、本文 5 行目	$R = 1/r \cdot (\omega_0 C)^2$	$R = 1/[r \cdot (\omega C)^2]$
32 頁、関連図書 [3]、[4]、[6]	Rsearch	Research
45 頁、本文 10 行目	$= 1/r_s \cdot (\omega_0 C_s)^2$	$= 1/[r_s \cdot (\omega_0 C_s)^2]$
45 頁、本文 15 行目	どちららか	どちらか
46 頁、本文 7 行目	$r = 1/R \cdot (\omega C)^2$	$r = 1/[R \cdot (\omega C)^2]$